

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN**



**ESCUELA DE POSGRADO**

**TESIS**

**LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS Y EL DESARROLLO DE LAS  
COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER  
GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
EMBLEMÁTICA ANDRÉS DE LOS REYES – HUARAL 2019**

**PRESENTADO POR:**

**CARLOS ADINO OBISPO IPARRAGUIRRE**

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA GESTIÓN  
EDUCATIVA CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA**

**ASESOR:**

**DR. FILMO EULOGIO RETUERTO BUSTAMANTE**

**HUACHO - 2021**

**LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS Y EL DESARROLLO DE LAS  
COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER  
GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
EMBLEMÁTICA ANDRÉS DE LOS REYES – HUARAL 2019**

**CARLOS ADINO OBISPO IPARRAGUIRRE**

**TESIS DE MAESTRÍA**

**ASESOR: Dr. Filmo Eulogio Retuerto Bustamante**

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN  
ESCUELA DE POSGRADO  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA GESTIÓN EDUCATIVA CON MENCIÓN EN  
PEDAGOGÍA  
HUACHO  
2021**

## **DEDICATORIA**

A Dios:

Agradecido por su amor infinito y bienestar para el logro de mis metas.

A mis Padres:

Elías y Lucinda quienes me han dedicado todo su amor y tiempo, motivándome siempre en ser una persona de bien.

A Esther, mi esposa, por su constante apoyo ante las dificultades para poder lograr ser una familia próspera al lado de nuestros hijos: Carlos y Flor de María.

## **AGRADECIMIENTO**

Al M(o). César Wilfredo Vásquez Trejo por sus orientaciones académicas brindadas y a mi asesor Filmo Retuerto Bustamante en la elaboración del presente estudio.

# ÍNDICE

DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
ÍNDICE.....	v
ÍNDICE DE TABLAS.....	viii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
RESUMEN.....	x
ABSTRACT.....	xi
INTRODUCCIÓN.....	xii
CAPITULO I.....	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1. Descripción de la realidad problemática.....	1
1.2. Formulación del problema.....	3
1.2.1. Problema general.....	3
1.2.2. Problemas específicos.....	3
1.3. Objetivos de la investigación.....	3
1.3.1 Objetivo general.....	3
1.3.2. Objetivos específicos.....	4
1.4. Justificación de la investigación.....	4
1.5. Delimitaciones del estudio.....	5
1.6. Viabilidad del estudio.....	6
CAPITULO II.....	7
MARCO TEORICO.....	7

2.1. Antecedentes de la investigación .....	7
2.1.1. Investigaciones internacionales .....	7
2.1.2. Investigaciones nacionales .....	9
2.2. Bases teóricas.....	11
2.3. Bases Filosóficas.....	27
2.4. Definición de términos básicos .....	28
2.5. Hipótesis de investigación .....	29
2.5.1. Hipótesis general.....	29
2.5.2. Hipótesis específicas.....	30
2.6. Operacionalización de las variables.....	30
CAPITULO III .....	32
METODOLOGÍA.....	32
3.1. Diseño metodológico .....	32
3.1.1. Enfoque de la investigación .....	32
3.1.2. Tipo de investigación.....	32
3.1.3. Diseño de la investigación .....	32
3.1.4. Nivel de investigación. ....	33
3.2 Población y Muestra. ....	33
3.2.1. Población .....	33
3.2.2. Muestra .....	33
3.3. Técnicas de recolección de datos.....	33
3.4. Técnicas para el procesamiento de la información. ....	34
3.5. Matriz de consistencia .....	35
CAPITULO IV .....	37
RESULTADOS .....	37
4.1 Resultados descriptivos.....	37

4.2 Resultados inferenciales .....	42
CAPITULO V .....	51
DISCUSIONES .....	51
<b>5.1 Discusión de resultados</b> .....	51
CAPITULO VI .....	52
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	52
<b>6.1 Conclusiones</b> .....	52
<b>6.2 Recomendaciones</b> .....	54
REFERENCIAS .....	55
7.1. Fuentes bibliográficas .....	55
7.2. Fuentes electrónicas .....	58
ANEXOS .....	59

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Operacionalización de la variable independiente estrategias heurísticas .....	30
Tabla 2 Operacionalización de la variable dependiente: Desarrollo de competencias matemáticas .....	31
Tabla 3 Pretest y postest de la variable desarrollo de competencias matemáticas .....	37
Tabla 4 Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de cantidad.....	38
Tabla 5 Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	39
Tabla 6 Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	40
Tabla 7 Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	41
Tabla 8 Prueba de normalidad de la variable desarrollo de competencias matemáticas .....	43
Tabla 9 Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para el desarrollo de competencias matemáticas .....	44
Tabla 10 Prueba de Wilcoxon de la variable desarrollo de competencias matemáticas .....	44
Tabla 11 Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de cantidad .....	45
Tabla 12 Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de cantidad .....	46
Tabla 13 Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....	47
Tabla 14 Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	47
Tabla 15 Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización .....	48
Tabla 16 Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	49
Tabla 17 Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	50
Tabla 18 Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	50

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Comparación pretest y postest del desarrollo de competencias matemáticas .....	37
Figura 2. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de cantidad .....	38
Figura 3. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	39
Figura 4. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	40
Figura 5. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	41

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación titulado: “Las estrategias heurísticas y el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Emblemática Andrés de los Reyes-Huaral 2019”. Tuvo como objetivo general determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas. El estudio se realizó con el enfoque cuantitativo, de diseño pre experimental y de un nivel explicativo o causal. Su población de estudio estuvo conformada por 153 estudiantes del tercer grado con una muestra no probabilística por conveniencia estuvo constituido por 30 estudiantes del tercer grado “A”, al cual se le aplicó el instrumento de recolección de datos, una prueba de desarrollo de competencias matemáticas compuesta por 8 preguntas, tanto en el pretest y en el postest. Con respecto a la variable dependiente desarrollo de competencias matemáticas se llegó a los siguientes resultados: De 30 estudiantes que representaron el 100 % de la muestra de estudio, se encontró que en el pretest el 43,3 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio en el desarrollo de competencias matemáticas; pero luego que se les enseñó a resolver problemas usando estrategias heurísticas en varias sesiones para el postest un 0,0 % se ubicaron en este nivel, así mismo se puede destacar que en el pretest el 00,0 % se encontraban en un nivel de logro destacado y que posteriormente en postest se incrementó a un 26,7 % .

Al aplicar la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, se encontró que el p-valor =0,00 resultó menor que 0,05 lo que permitió concluir que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria en la Institución Educativa Emblemática Andrés de los Reyes de Huaral.

**Palabras clave:** Estrategias heurísticas, competencias matemáticas y resolución de problemas.

## ABSTRACT

The present research work entitled: "Heuristic strategies and the development of mathematical competencies in third grade high school students of the Andrés de los Reyes-Huaral 2019 Emblematic Educational Institution". Its general objective was to determine if the use of heuristic strategies improves the development of mathematical skills. The study was developed under a quantitative approach, with a pre-experimental design and an explanatory or causal level. The study population consisted of 153 third grade students and the non-probabilistic convenience sample was made up of 30 third grade "A" students, to whom a test of development of mathematical competencies was applied as a data collection instrument. composed of 8 questions, both in the pretest and in the posttest. Regarding the dependent variable development of mathematical competencies, the following results were reached: Of 30 students who represent 100% of the study sample, it was found that in the pretest 43.3% of the students were at a level beginning in the development of mathematical competencies; but after they were taught to solve problems using heuristic strategies in several sessions for the post-test, 0.0% were located at this level, likewise it can be noted that in the pre-test, 00.0% were at an achievement level highlighted and that later in the post-test increased to 26.7%.

When applying the Wilcoxon signed rank test, it was found that the p-value = 0.00 was less than 0.05, which allowed us to conclude that the use of heuristic strategies significantly improves the development of mathematical competencies in third grade "A" high school students at the Andrés Reyes de Huaral Emblematic Educational Institution.

Keywords: Heuristic strategies, mathematical competences and problem solving.

## INTRODUCCIÓN

El uso de estrategias heurísticas para resolver problemas matemáticos, es utilizado de manera aislado por los docentes de la educación básica regular en el área de matemática. Los alumnos(as) no hacen uso de estrategias heurísticas tales como: Hacer diagramas, buscar analogías, hacer suposiciones, elaborar tablas, ensayar y errar, inducción-deducción, etc. al resolver problemas matemáticos. Resulta necesario que los docentes enseñen a los estudiantes a resolver problemas utilizando la creatividad y el pensamiento lateral, teniendo en cuenta que no existe una sola estrategia para solucionar un problema.

Teniendo en consideración estas premisas, el presente estudio se llevó a cabo con el fin de determinar si el uso de estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes. Para ello el estudio se desagregó en los siguientes capítulos:

En el primer capítulo, se muestra el planteamiento del problema: la presentación de la realidad problemática, la enunciación del problema, los objetivos, su justificación, las delimitaciones y viabilidad del estudio.

En el segundo capítulo, muestra el marco teórico que sustentan el presente trabajo, el cual abarca: antecedentes y bases teóricas respecto de cada una de las variables en estudio tales como estrategias heurísticas y desarrollo de competencias matemáticas. Así mismo se ha considerado las definiciones de los términos básicos, la formulación de las hipótesis y la operacionalización de cada una de las variables de estudio.

En el tercer capítulo, se describe la metodología de la investigación utilizada, donde se indica el diseño, enfoque, tipo y nivel correspondiente a la investigación, de la misma manera la población y muestra de investigación, así también los instrumentos de recolección de datos utilizados y su procedimiento estadístico.

En el cuarto capítulo, se describe los resultados descriptivos haciendo uso de tablas y gráficos; así como también los resultados inferenciales de la investigación.

En el quinto capítulo, se redactan las discusiones de la investigación, comparando sus resultados alcanzados en la presente investigación con otras investigaciones similares,

enfaticando aspectos de similitud o discrepancias con los antecedentes o fuentes teóricas citadas de este estudio.

Finalmente, en el sexto capítulo se presenta las conclusiones y resultados del proceso de este estudio, así mismo las recomendaciones pertinentes para tratar la problemática que se encuentra detallada y explicada en el estudio.

En esa dirección, los resultados de la presente investigación se constituyen en una valiosa herramienta que deben ser socializados entre profesores del área curricular de matemática de la Institución Educativa Emblemática Andrés de los Reyes de Huaral, cuya finalidad es mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes.

# CAPITULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. Descripción de la realidad problemática

La matemática es una ciencia que ha aportado a los avances científicos que se han originado en las últimas décadas a nivel mundial, de esta manera ha contribuido en perfeccionar la calidad de vida de las personas en los distintos aspectos como en la salud, economía, política, comunicación y otras situaciones producto del buen uso de las matemáticas; es por ello en que radica la importancia de su aprendizaje desde las aulas escolares de la educación básica.

La matemática enseña a pensar con lógica y deducción desde la temprana edad, esto se desarrollará en los estudiantes siempre y cuando su enseñanza esté basada en estrategias y métodos que faciliten la comprensión del problema.

En los últimos años se ha evidenciado avances en el mejoramiento de las competencias matemáticas, sin embargo, aún no se logra los aprendizajes que se esperan obtener para el ciclo escolar que cursan los estudiantes, siendo este un desafío para la educación peruana y la población educativa como profesores, padres de familia y estudiantes.

En los últimos informes de PISA del año 2018 el Perú se encuentra en el quinto lugar de diez países participantes de Latinoamérica, ubicándose por encima de los países de Argentina, Colombia y Brasil, estando por debajo de los países de Uruguay, Chile, México y Costa Rica, estas evaluaciones reflejan el nivel académico en los que se encuentran los estudiantes del nivel secundaria, donde solo un reducido porcentaje de los mismos logran desarrollar las competencias matemáticas.

De la misma manera los resultados obtenidos de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) demostraron que en el año 2016 los estudiantes de secundaria de la UGEL 10 de Huaral obtuvieron un 25,4% de rendimiento académico en la etapa de previo al inicio; un 43,0% en la etapa de inicio; el 18,1% en proceso y solo el 13,4% de estudiantes lograron desarrollar las competencias matemáticas del grado.

A comparación de los resultados del año 2018 podemos observar que se eleva el porcentaje de estudiantes en previo al inicio y baja en el rendimiento satisfactorio como se detalla en el informe de MINEDU (2019) donde el 29,2% de estudiantes del nivel de secundaria se hallan en previo al inicio; un 40,7% en la etapa de inicio; un 16,7% en proceso y un 13,3% en satisfactorio. Este último resultado es aún nada alentador.

Los resultados a nivel internacional y nacional evidencian que existe un problema en lo que respecta la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las instituciones del nivel secundaria, muchas veces el docente del área de matemática carece de estrategias didácticas para su enseñanza y solo se limita a la enseñanza de manera tradicional donde se le muestra a los estudiantes variedades de ejercicios para que los resuelva sin tener un objetivo para obtener los resultados de estos; en la actualidad la enseñanza de las matemáticas se realiza a través de planteamientos de problemas que forman parte de las vivencias de los estudiantes en su entorno cercano, como su familia, su grupo de amigos y la comunidad donde se relaciona con las costumbres de sus habitantes.

La estrategia heurística es un método propuesto por Polya que tiene por finalidad que el estudiante descubra por él mismo los pasos que le llevarán a encontrar las soluciones del problema planteado, de esta manera le ayuda a desarrollar sus capacidades matemáticas, de la misma manera su capacidad de observación, análisis, reflexión y el pensamiento crítico.

Esta estrategia requiere la presencia y guía del docente de aula para que acompañe al estudiante a transitar por la senda del método heurístico para la solución de problemas, su rol está centrado en generar situaciones problemáticas, sugerir métodos, dotar de materiales y realizar preguntas que despierten su razonamiento.

Se ha observado que uno de los problemas que presenta la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” en sus docentes del nivel secundaria, es la poca aplicación o casi nula del uso de estrategias para la resolución de problemas en matemáticas.

Por lo tanto, el interés de esta investigación es aplicar algunas estrategias heurísticas en la resolución de problemas y conocer si esta mejora o no el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del nivel de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes.

## **1.2. Formulación del problema**

### **1.2.1. Problema general**

¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes”- Huaral, 2019?

### **1.2.2. Problemas específicos**

P.E.1: ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019?

P.E.2: ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019?

P.E.3: ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019?

P.E.4: ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019?

## **1.3. Objetivos de la investigación**

### **1.3.1 Objetivo general**

Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

O.E.1: Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019.

O.E.2: Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019.

O.E.3: Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019.

O.E.4: Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” – Huaral, 2019.

### **1.4. Justificación de la investigación**

#### **Justificación teórica**

El estudio se encuentra sustentado en la teoría constructivista y sus exponentes Lev Vygotsky y su teoría Sociocultural, así mismo de David Ausubel y su teoría del Aprendizaje Significativo relacionándose con las variables de la investigación.

Las estrategias Heurísticas se encuentran sustentadas en el método Heurístico de Polya para la solución de problemas que consiste en una serie de pasos para encontrar la solución a problemas matemáticos teniendo en cuenta que la enseñanza de la matemática, en la actualidad, se basa en problemas reales partiendo de las actividades que realizan los

estudiantes basados en su vida diaria como también de sus costumbres familiares y comunales.

### **Justificación práctica**

La presente investigación es novedosa e importante, cabe señalar que en la actualidad no hay registro de estudios realizados sobre las estrategias heurísticas en el nivel secundario en la jurisdicción de la UGEL 10 de la provincia de Huaral, este estudio se realiza luego de conocer los resultados de las evaluaciones y el rendimiento académico a nivel nacional e internacional del año 2018 del área de matemática, su finalidad es poner en práctica las estrategias heurísticas en el desarrollo de los problemas matemáticos como una alternativa para mejorar el aspecto académico de los estudiantes del tercer grado, nivel secundaria de la I.E “Andrés de los Reyes”, los resultados del estudio beneficiará a toda la comunidad educativa y a las instituciones públicas como privadas de la provincia ya que al comprobarse que el uso de las estrategias heurísticas mejoran las competencias matemáticas, las posibilidades de mejorar académicamente serían alentadoras para la educación de la Región.

## **1.5. Delimitaciones del estudio**

### **Delimitación Temporal**

El estudio se realizó en el año escolar 2019 en la Institución Educativa “Andrés de los Reyes” perteneciente a la provincia de Huaral.

### **Delimitación Espacial**

El estudio comprende a la UGEL 10 de la provincia de Huaral, de la Región Lima Provincias, en la I.E. “Andrés de los Reyes” con alumnos del nivel secundario del 3° año.

### **Delimitación Social**

La población de estudio corresponde a los estudiantes del 3° grado de secundaria entre los 13 y 14 años de edad que habitan en el distrito y provincia de Huaral, Región Lima Provincias, matriculados en el año escolar 2019, cuyos resultados serán expuestos a las entidades educativas correspondientes a la jurisdicción donde se realiza la investigación.

## **1.6. Viabilidad del estudio**

El tema de investigación es posible de ejecutar ya que se dispone de todo lo necesario para desarrollarlo de acuerdo a las normas establecidas de la Escuela de Posgrado:

El estudio cuenta con bibliografía especializada para las bases teóricas.

El estudio no genera impacto ambiental negativo que atente contra la biodiversidad de los ámbitos correspondientes donde se realizará la investigación.

Cuenta con instrumentos de medición y acceso para la recolección de los datos y la información que se obtendrán de la I.E. “Andrés de los Reyes”.

Cuenta con servicios profesionales que tratarán los aspectos metodológicos, estadísticos, pedagógicos para ejecutar el estudio.

El investigador cuenta con los recursos económicos necesarios para llevar a cabo la ejecución del proyecto.

Por lo expuesto se considera que la investigación es viable.

## CAPITULO II

### MARCO TEORICO

#### **2.1. Antecedentes de la investigación**

La investigación se fundamenta en estudios relacionados con las variables estrategias heurísticas y desarrollo de competencias matemáticas, dichas investigaciones fueron seleccionadas tanto nacional como internacionalmente y se ha considerado el año, la población, muestra, método, instrumento y conclusiones las cuales se detallan a continuación:

##### **2.1.1. Investigaciones internacionales**

Alvarado (2018) llevó a cabo la investigación: *“Resolución de problemas matemáticos mediante la aplicación del método de Polya para mejorar el razonamiento lógico matemático”*. El objetivo fue determinar el efecto que tiene el método Polya para la resolución de problemas en la mejora del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del primero básico del Instituto Nocturno “Guillermo Alonzo Argueta Arbizu” del municipio de San Chamelco, en el departamento de Alta Verapaz, para lo cual la muestra seleccionada estuvo conformada por 40 estudiantes del primero básico, de las aulas “A” y “B” con edades entre 12 y 16 años, se consideró también que la muestra seleccionada son estudiantes de diferente nivel socioeconómico. La metodología fue de enfoque cualitativo, con diseño cuasi experimental, donde se contó con un grupo control conformado por los estudiantes del aula “A” y un grupo experimental de la sección “B” de la Institución en mención. El estudio permitió concluir que “la aplicación del método Polya para la resolución de problemas mejoro significativamente el razonamiento lógico matemático en los estudiantes, así también se concluyó que el método Polya es útil para despertar el interés en los estudiantes, lo que favorece el proceso de aprendizaje”. (p.48)

Cárdenas y Gonzales (2016) En su trabajo: *“Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya medida por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas”*, la investigación tuvo como objetivo determinar las estrategias utilizadas por los estudiantes e implementar una estrategia

basada en los principios de Polya, mediada por las TIC, con la finalidad de mejorar la solución de problemas matemáticos en estudiantes del VIII ciclo del Instituto Francisco José de Caldas (p.13). Dicha investigación es del tipo descriptiva, bajo un enfoque cualitativo, la población de estudio estuvo compuesta por los estudiantes del 4 ciclo del Instituto Francisco José de Caldas, del turno tarde y la muestra fue de 37 estudiantes pertenecientes al octavo año, sus edades fluctúan entre los 13 y 16 años de edad. Se utilizaron como instrumentos la Prueba diagnóstica que constó de 9 problemas de razonamiento con opción múltiple, La encuesta sobre el uso de las Tic en matemáticas, Prueba de Salida y Rubrica para evaluar el Objeto Virtual de Aprendizaje. Los resultados del trabajo de investigación permitieron concluir que los estudiantes de la Institución Educativa en mención si llevan a cabo un proceso de resolución de problemas en el cual aplican diversas estrategias , sobresaliendo en un 49% el trabajar hacia atrás, y al llegar a la respuesta no se evidencia ningún interés por corroborarla, del mismo modo se concluye: “la estrategia basada en el Método Polya, sirve como elemento integrador de las 4 fases de resolución de problemas, permitiendo a los estudiantes, interpretar, buscar y ejecutar estrategias para resolver problemas, respetando el ritmo particular de aprendizaje de cada estudiante”.(p. 73)

Cocinero (2015) Realizó la tesis titulada: “*Método heurístico y su incidencia en el aprendizaje del algebra*”, con el fin de “determinar la incidencia del método heurístico en el aprendizaje del algebra, dicha investigación se llevó a cabo con estudiantes del 5 grado de Bachillerato en Educación, sección B del Instituto Normal para Varones de Occidente, en el departamento de Quetzaltenango” (p.22). La muestra del estudio fue de 21 estudiantes del sexo masculino del 5to grado de bachillerato, sección “B” cuyas edades están entre los 16 a 20, de escaso nivel socioeconómico. el instrumento de evaluación fue pretest y post test. En cuanto a la metodología empleada, la investigación fue de tipo cualitativo, con diseño cuasi experimental, los resultados de la investigación concluyeron que “la aplicación del método heurístico, permite establecer una relación significativa en el aprendizaje del algebra, así mismo favorece un ambiente agradable para el aprendizaje del estudiante” (p.34)

Cerda (2014) en la tesis *“Impacto de la resolución de problemas en el rendimiento académico en matemáticas”*. Planteó como objetivo “medir el impacto que tiene la metodología de resolución de problemas de Polya en el rendimiento escolar de los estudiantes de la Preparatoria del sur del Estado de Nuevo León, México” (p.23). la población de estudio fue de 239 estudiantes de bachillerato, con una muestra de 153 estudiantes varones y mujeres entre 14 y 20 años de edad. La metodología utilizada, responde a un diseño cuasiexperimental, de enfoque cuantitativo de carácter transversal, donde se utilizó un Examen Indicativo Global como instrumento, considerando los resultados se concluyó: que “el uso de la metodología de Polya demostró los estudiantes realizaron un proceso reflexivo para buscar y ejecutar estrategias en la resolución de problemas, así mismo lograron una mejora en su rendimiento académico lo cual se evidencio en sus calificaciones” (pp.46-47).

Aguilar (2014) *“Resolución de problemas matemáticos con el método de Polya mediante el uso de GeoGebra en primer grado de secundaria”* la mencionada investigación tuvo como propósito “identificar el aumento en el rendimiento académico con la implementación del método de Polya y el software GeoGebra en la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas con números naturales, en estudiantes de primer grado de secundaria” (18). El presente estudio conto con una una muestra no aleatoria compuesta por 114 estudiantes con edades entre los 11 y 12 años de edad, la investigación se desarrolló bajo el enfoque cuantitativo de carácter positivista, el instrumento utilizado fueron un pretest y post test. El análisis de los resultados concluyó que “la implementación del método de Polya, resultó favorable para la solución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, logrando así el propósito de la investigación”. (pp.98-99)

### **2.1.2. Investigaciones nacionales**

Laguna & Estrada (2019) En su trabajo de investigación titulado: *“El método heurístico de Polya para mejorar capacidad de resolución de problemas en el área Matemática de Educación Secundaria”* tuvieron como objetivo “determinar en qué medida la aplicación del método Heurístico de Polya mejora la capacidad de resolución de problemas en Matemáticas de los estudiantes de segundo grado de Educación secundaria de la institución Educativa Emblemática San Juan, Trujillo- 2019” (p.19). La investigación en mención fue

de tipo cuasi experimental, con una muestra de 53 estudiantes del segundo grado de secundaria, dicha muestra estuvo dividida en un grupo control con 25 estudiantes y otro grupo experimental con 28 estudiantes. Para la recolección de datos se hizo uso de un pre test y post test denominado “Prueba para medir la capacidad de resolución de problemas en el área de matemática”. Los resultados concluyen que “el uso del método Heurístico de Polya contribuye significativamente en la mejora del desarrollo de la capacidad de resolución de problemas en el área matemática”. (p.64)

Coanqui (2018) En su tesis: *“Estrategias Heurísticas para la resolución de situaciones problemáticas en los estudiantes del cuarto grado , ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa Santa Adriana, de la ciudad de Juliaca- Puno 2017”* su objetivo fue “determinar en qué medida las estrategias Heurísticas favorecen la resolución de problemas en los estudiantes del cuarto grado, ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa de la ciudad de Juliaca- durante el año 2017”, para lo cual considero una muestra de 34 estudiantes dicha investigación fue de diseño cuasi experimental, nivel explicativo. Los instrumentos utilizados para la investigación fueron lista de cotejo para las estrategias y prueba de problemas en los tres componentes, llegando a la conclusión que “el dominio y aplicación de las estrategias heurísticas influye y mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas, así mismo facilitan el aprendizaje de los estudiantes de forma creadora” (p.137)

Gora (2018) *“El método heurístico en la resolución de problemas del área de matemática en los estudiantes de la institución educativa emblemática Daniel Alcides Carrión- Pasco 2018”* el cual tenía como objetivo “determinar la influencia del método heurístico en la resolución de problemas del área de matemática en los estudiantes de la institución educativa emblemática Daniel Alcides Carrión, de la ciudad de Pasco” (p.52). Para dicha investigación la población lo conformaron 46 estudiantes, procedentes de zonas urbanas. En cuanto a la metodología, la investigación fue de un cuasi experimental con un grupo control y un grupo experimental, el instrumento utilizado fue un cuestionario pedagógico, debidamente validado. Considerando los resultados de la investigación en mención, se llegó a la conclusión que “el método heurístico influye significativamente en la resolución de problemas del área de matemática”. (p.122)

Carrera (2018) Realizó la tesis: “*Gestión de estrategias heurísticas para la resolución de problemas de matemática en la institución educativa Fidel Zarate Plasencia*”, Dicho trabajo fue realizado para “mejorar el manejo de las estrategias heurísticas en los docentes para beneficio de los estudiantes de la institución educativa Fidel Zarate Plasencia, en el distrito de Tantarica, provincia de Contumazá, Cajamarca” (p. 12), conto con una población de 90 estudiantes y de 8 docentes de la institución. El instrumento utilizado para la investigación fue la guía de entrevista. Los resultados del trabajo de investigación realizado permitieron concluir que “el correcto uso de estrategias heurísticas por parte de los docentes tiene una repercusión positiva en los estudiantes, ya que favorece el desarrollo del pensamiento lógico, desarrollo de capacidades y genera aprendizajes significativos para la resolución de problemas” (p.25)

Ruiz (2017) “*Las estrategias heurísticas y la resolución de problemas de los estudiantes de tercer año de secundaria de la I.E. N°6094, Santa Rosa, Chorrillos- Lima, 2016*”, con la finalidad de “determinar de qué manera las estrategias heurísticas se relacionan con la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de dicha institución educativa” (p.43), para lo cual realizo una investigación básica, descriptiva correlacional, tuvo de muestra 177 estudiantes de las secciones A,B,C,D,E de los turnos mañana y tarde de la institución en mención. El instrumento fue un cuestionario de 31 preguntas, debidamente validado. Los resultados permitieron arribar a la conclusión que “las estrategias heurísticas se relacionan significativamente con la resolución de problemas matemáticos” (p.73)

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. Bases teóricas de estrategias heurísticas**

#### **Definición de estrategias heurísticas**

Para resolver problemas se necesita recurrir a una serie de estrategias que le permitirán al estudiante encontrar la solución.

El estudio hace referencia a estrategias heurísticas para la solución de problemas y para ello es necesario definir los conceptos de cada uno de ellas por separado para luego definirlo en su conjunto.

Chaiña (2018) en su investigación sobre estrategias didácticas precisa que es un “conjunto de procedimientos, técnicas y métodos utilizados de manera deliberada y sistemática que

orientan la enseñanza y facilitan el proceso de aprendizaje del estudiantado. Estas integran las estrategias de enseñanza y las estrategias de aprendizaje” (p.16)

Díaz y Hernández (2010) describen a la estrategia como: “un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) y al mismo tiempo un instrumento psicológico que un alumno adquiere y emplea intencionalmente como recurso flexible, para aprender significativamente y para solucionar problemas y demandas académicas” (p.180), así mismo “su empleo implica una continua actividad de toma de decisiones, un control metacognitivo y está sujeto al influjo de factores motivacionales, afectivos y de contexto educativo-social”. (p.180)

En relación a estos conceptos podemos definir a las estrategias heurísticas como “las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución” (Mendoza (2015, p.6). Estas estrategias son “más que reglas, técnicas generales que nos ayudan a comprender el problema y favorecer el éxito en encontrar la solución” (Salvador & Molero, 2016, p. 4)

La heurística se define como la capacidad del ser humano en solucionar problemas, así mismo se puede definir “como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente” (Salvador y Molero, 2016, p. 4)

La heurística es la “técnica de la indagación y del descubrimiento. En algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc” (Real Academia Española, 2012, definición1)

### **El método Heurístico de George Polya**

George Polya fue un matemático nacido el año 1887 en la ciudad de Budapest, a lo largo de su vida se dedicó al estudio y la enseñanza de la matemática, específicamente en resolución de problemas. Sus obras fueron escritas en los años cuarenta y traducidas en los años sesenta y setenta. Él sostiene que la resolución de problemas es una sucesión de pasos que aplicamos en nuestra vida cotidiana.

En cuanto a la resolución de problemas Polya expresa lo siguiente: “Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemáticas es la

correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria” (p.1). el autor comenta sobre la actitud de la persona frente a ello “la actitud correcta puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro, pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva exista sólo un método de acometer toda clase de problemas” (p.1), concluyendo que su “opinión personal es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la Resolución de Problemas”. (Polya, citado por Alfaro, 2006, p.1)

Un problema, según Parra (1990) “es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata” (p.14) el mismo autor opina que un problema puede ser tomado como tal para algunas personas que tienen dificultades para solucionarlos, como también puede no serlo para otros por el nivel de conocimientos que presenta el individuo. Polya (1962) lo define como “una situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata” (Polya, citado por Alfaro, 2006, p.2) . En la misma postura se encuentra Sánchez (1995) quien manifiesta que la “solución de problemas es un proceso que exige que la persona tenga las habilidades de razonamiento necesarios para analizar el problema, sintetizar las ideas claves, establecer las discrepancias que definen las preguntas y conducen la definición de los operadores” (p.240)

El método de los 4 pasos de Polya, para la resolución de problemas:

***a. Comprender el problema.***

Para Boscán y Montero (2012) es la etapa más importante del método, “porque si no se tiene claridad y no se entiende la situación, muy difícilmente se puede tener éxito en la solución” (p.13) para que el estudiante logre comprender el problema se propone que se le guie con las siguientes preguntas: “¿Qué preguntan o que se pide?, ¿Cuál es la información que suministra el enunciado?, ¿Permite dar respuesta a lo que preguntan?, ¿De qué trata el problema?, ¿Entiende todo lo que dice?, ¿Puede replantear el problema en sus propias palabras?” (Boscán & Montero, 2012, p. 14), asimismo el autor recomienda realizar

interrogantes como: “¿Hay suficiente información? y ¿Hay información extraña?” (Boscán & Montero, 2012, p. 14)

#### ***b. Concebir un plan.***

En esta fase los alumnos determinan que pasos van a utilizar para obtener la respuesta de la interrogación planteada, y son guiadas a través de las siguientes consultas: “¿Ha realizado un problema similar?, ¿Qué pasos siguió para resolverlo?, ¿Qué idea tiene para resolver este problema? Por último ¿Identifica submetas?” (Boscán y Montero, 2012, p. 14)

#### ***c. Ejecución del plan***

Esta fase busca que se ejecute el plan elaborado. En esta etapa los alumnos aplican distintas operaciones especificadas en el plan, aquí el profesor es un facilitador que dirige el proceso con preguntas: “¿puede ver claramente que el paso realizado es correcto?, ¿acompañó cada operación matemática de una explicación contando lo que hizo y para qué lo hizo? y ¿Ante alguna dificultad volvió al principio, reordenó ideas y probó de nuevo?” (Boscán y Montero, 2012, p. 14)

#### ***d. Examinar la solución***

Los estudiantes efectúan un análisis y realizan la reflexión del proceso resolutivo con el apoyo del docente guía que va realizando las preguntas: “¿los resultados están acorde con lo que se pedía?, ¿la solución es lógicamente posible?, ¿Se puede comprobar la solución? y ¿hay algún otro modo de resolver el problema?” (Boscán y Montero, 2012, p. 14)

### **El docente y el método heurístico**

El profesor efectúa el rol de facilitador y guía durante el desarrollo de aprendizaje de los alumnos; su papel durante la resolución de problemas con el método heurístico de Polya se centra en ayudarlos a descubrir su propio estilo de encontrar la solución en base a la propuesta que favorezcan hábitos de resolución.

- Para iniciar las actividades con este método se debe plantear problemas que nos sean muy difíciles de encontrar la solución.

- En todo momento se debe prestar atención a los pasos que sigue el estudiante, si demora en encontrar respuesta, no debe ser resuelto por el docente, al contrario, este debe motivarlo para hallarlo.
- Realizar preguntas para cada etapa de la resolución de problemas con un lenguaje sencillo, claro y preciso.
- Teniendo en cuenta los estilos de aprendizajes de cada estudiante es necesario que el docente pregunte y señale caminos de distintas formas.
- Los problemas deben ser de acuerdo al nivel del estudiante.

### **Dimensiones de las estrategias heurísticas**

La variable del estudio se encuentra sustentada en tres dimensiones las cuales se detallan a continuación.

#### **Estrategias heurísticas de visualización.**

Esta estrategia consiste en el uso de materiales de apoyo para encontrar la solución al problema, “lo visual suele relacionarse con las imágenes, con las figuras, con los gráficos, con lo geométrico y aparece como una vía más de percibir la realidad del objeto del conocimiento, unido a la comunicación verbal, a lo abstracto y a lo analítico”. (Rojas; Cruz; Escalona; Estrada y Sánchez, 2012, p.46) entre estas estrategias tenemos:

- **Hacer diagramas**, la estrategia “consiste en ayudarse de representaciones visuales o con manipulables que ayuden a comprender mejor el problema y las conexiones entre sus distintas partes”. (Mineducación, 2017, p.6) el estudiante usa materiales concretos para realizar la representación gráfica y luego simbólica hasta encontrar la lógica de ejecución.

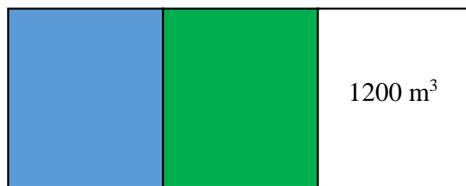
Un ejemplo de ello es el siguiente:

La piscina municipal se ha tenido que vaciar por una rutina de limpieza. Este proceso se ha realizado en tres fases para poder reutilizar el agua en la limpieza de las instalaciones, primero se ha sacado  $\frac{1}{3}$  del contenido, después se sacó la mitad del resto y aún quedaron  $1\ 200\ m^3$  de agua ¿Qué capacidad tiene la piscina municipal?

Resolución:

Uso de la heurística: Dibujamos la piscina y lo dividimos en 3 partes iguales, luego pintamos una de las partes, enseguida pintamos la mitad del resto y la mitad que queda

vale  $1200 \text{ m}^3$ . De ello se deduce que cada rectángulo pequeño tiene un valor de  $1200 \text{ m}^3$  y como son 3 rectángulos pequeños la capacidad de la piscina será  $3600 \text{ m}^3$



- **Elaborar tablas.** “esta estrategia consiste en hacer una lista o tabla relacionada con datos del problema para ordenar cantidades, completar información que se pueda deducir, encontrar patrones o regularidades y buscar relaciones”. (Mineducación, 2017, p.7)

Un ejemplo es el siguiente:

A una fiesta de promoción asistieron 44 mujeres y 38 varones. Si en un determinado momento 10 varones no bailaban ¿cuántas mujeres no bailaban?

Resolución:

Uso de la heurística: Se puede realizar una tabla donde relacione las cantidades.

	Bailaban	No bailaban	Total
Varones	28	10	38
Mujeres	28	16	44
Total	56	26	82

### **Estrategias heurísticas de exploración.**

El estudiante en este proceso examinará, averiguará y registrará los problemas que tiene que solucionar. Entre estas estrategias tenemos:

- **Ensayo y error,** “esta estrategia consiste en proponer posibles respuestas al problema y verificar, según las condiciones del enunciado, si estas son en efecto una respuesta válida. Errar significa equivocarse, con estas equivocaciones aprendemos más sobre el problema y podemos seguir intentando con otras posibles respuestas, hasta que finalmente encontremos la correcta” (Mineducación, 2017, p.8)

Ejemplo:

Julio y Teresa fueron a visitar la granja de sus abuelos. Durante su permanencia vieron un corral con cerdos y gallinas. Julio mencionó haber contado 18 animales en total.

Teresa asevera haber contado un total de 50 patas o extremidades ¿Cuántos cerdos había? (Resuelva esta situación problemática, sin utilizar ecuaciones).

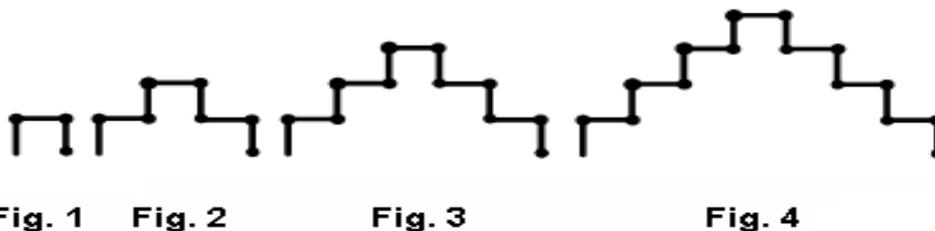
Resolución:

Total de animales	Nº de Gallinas ( 2 patas)	Nº de Cerdos ( 4 patas)	Total patas
18	0	18	<b>72</b>
18	1	17	<b>70</b>
18	2	16	<b>68</b>
18	11	7	<b>50 es la solución</b>

Uso de la heurística: ensayamos a solucionar este problema conjeturando que no hay gallinas. De ser así, los 18 animales serían cerdos, lo cual nos daría un total de 72 patas. Bueno, ahora suponemos que hay 1 gallina y 17 cerdos nos daría 70 patas, y así ensayamos sucesivamente hasta suponer que hay 11 gallinas y 7 cerdos, lo cual es nos da 50 patas, siendo esta la solución.

- **Búsqueda de patrones o regularidades**, la estrategia “consiste en hallar regularidades en la información que presenta el problema (ya sea patrones numéricos, simetrías o repeticiones en dibujos y figuras) estos patrones pueden estar escondidos en el enunciado y a través de la exploración se deben descubrir”. (Mineducación, 2017, p.10)  
Ejemplo:

En la siguiente secuencia de figuras ¿Cuántos palitos de fósforo se necesitarán para formar la figura número 23?



Resolución:

Uso de la heurística: Buscar los patrones o relaciones entre las distintas figuras. Podemos ver el siguiente patrón o secuencia: en la primera figura hay 3 palitos, en la segunda figura hay 7 palitos, en la tercera figura hay 11 palitos y así sucesivamente. A partir de este patrón, podemos multiplicar para hallar la cantidad de palitos en cada figura: Multiplicando el lugar que ocupa la figura por 4 y restar 1. Utilizamos este patrón para hallar la cantidad de palitos de la figura 23.

Figura N°	Número de palitos
1 →	3=1x4-1
2 →	7=2x4-1
3 →	11=3x4-1
.	.
.	.
23 →	23x4-1= 91

- **Hacer suposiciones**, la estrategia “consiste en añadir al problema una condición especial que nos ayude a resolverlo o a resolver parte de él. A veces las suposiciones son hipótesis adicionales al problema y debemos ser capaces de resolverlo finalmente sin utilizarlas” (Mineducación, 2017, p.12)

Ejemplo:

En un corral donde hay patos y cuyes, pueden contarse 30 cabezas y 90 patas (extremidades). ¿Cuántas patos hay?

Resolución:

Uso de la heurística: supongamos que todos los animales son “cuyes” entonces habrá

$$\boxed{30} \times \boxed{4} = \boxed{120} \text{ Patas de cuyes}$$

Se observa, entonces hay un ERROR TOTAL:

$$\text{Error total} = \boxed{120} - \boxed{90} = \boxed{30}$$

El error anterior representa el exceso de patas, para el número de cuyes este valor representa “la cantidad de patas que no son de cuyes”. Ahora hallemos el error de patas por animal.

$$\text{Error unitario} = \boxed{4} - \boxed{2} = \boxed{2}$$

Luego la cantidad de animales que no son cuyes será:

$$\# \text{ patos} = \frac{\text{Error Total}}{\text{Error Unitario}} \frac{30}{2} = 15$$

### **Estrategias heurísticas de Reformulación**

Esta estrategia consiste en reformular un problema desde una perspectiva distinta, desde otro frente que posiblemente elimine algunos prejuicios que nos impiden tomar una decisión acertada. Entre ellas tenemos:

- **Buscar analogías**, “la analogía ocupa todo nuestro pensamiento, desde los diálogos de la vida cotidiana, hasta las actividades artísticas y científicas. Consiste en una concordancia de relaciones entre los elementos de objetos semejantes, consiste en recordar otros problemas semejantes, en los que las relaciones entre sus elementos sean concordantes con las de nuestro problema”. (Salvador y Molero, 2016, p.17). Esta estrategia se utiliza cuando el problema que se va a resolver tiene un parecido con otro que ya se ha resuelto anteriormente, por lo que es evidente que llegar a la solución puede ser parecido.
- **Empezar por el final**, esta estrategia invierte el orden de los procedimientos matemáticos del problema, el cual se refiere a suponer que tenemos el resultado e ir retrocediendo hasta llegar a las operaciones o condiciones que produce el objetivo.

Ejemplo:

En una partida de póquer entre Aníbal, Baltazar y Carlos, cada jugador debe duplicar el dinero de sus oponentes cuando pierde. Después de 3 juegos consecutivos, Aníbal, Baltazar y Carlos, perdieron una vez cada uno (en ese orden), y terminaron el juego con 24 soles cada uno. ¿Cuánto dinero tenía cada uno al principio del juego?

Resolución:

Uso de la heurística:

	Aníbal	Baltazar	Carlos
Inicio	39	21	12
Después del primer juego	6	42	24
Después del segundo juego	12	12	48
Después del tercer juego	24	24	24

## **2.2.2. Bases teóricas de desarrollo de las competencias matemáticas.**

### **Definición de competencias matemáticas.**

Revisaremos la literatura para definir estas dos palabras, competencia y matemática para luego hacer una definición global:

La competencia para MINEDU (2015) es “la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes” (p.5)

La competencia no solo abarca habilidades intelectuales y actitudes del ser humano, sino también abarca elementos que no necesariamente sean cognitivos que puede ser la motivación, los valores y las emociones, estas influyen para el desarrollo de los aprendizajes del estudiante los cuales son necesarios para desenvolverse efectivamente en distintos aspectos sociales. OCDE (2007)

MINEDU (2016) lo define como la “actividad humana y ocupa un lugar relevante en el desarrollo del conocimiento y la cultura de nuestras sociedades. Esta área de aprendizaje contribuye en formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información, entender el mundo que los rodea” (p.147)

Para Courant & Robbins (2010) la matemática es “una expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son: lógica e intuición, análisis y construcción, generalidad y particularidad” (p.3)

En tal sentido podemos decir que las competencias matemáticas es el logro de un conjunto de capacidades de los estudiantes obtenidos de acuerdo a lo que corresponde su edad, su grado y el ciclo que le corresponde de acuerdo a su desarrollo cognitivo.

Ser competente matemáticamente significa tener la capacidad de identificar situaciones problemáticas y saber usar estrategias pertinentes para su desarrollo y solución utilizando esos resultados y saberes en otros contextos de la vida.

### **El Área de matemática en el Currículo Nacional**

La matemática se encuentra en las actividades del ser humano en cada momento de su vida, utilizamos la matemática en la medición del tiempo para ir al estudio o al trabajo y cumplir con la hora de ingreso y la salida, así también utilizamos la matemática en nuestras vidas para organizar nuestro presupuesto en los gastos mensuales del hogar que son necesarios para nuestra supervivencia, siendo entonces inherente a nuestras vidas y necesario su desarrollo en las personas; es por ello que la matemática es una área curricular fundamental en la educación básica.

Su aprendizaje tiene como finalidad “desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones que permitan al estudiante interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, planteando supuestos, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones, demostraciones, formas de comunicar y otras habilidades”. (MINEDU, 2015, p.11) De la misma manera el objetivo de la matemática es el “desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar, medir hechos y fenómenos de la realidad, e intervenir conscientemente sobre ella”. (p.11)

El aprendizaje de la matemática se puede dar en tres distintos sentidos:

*Funcional*, donde su aprendizaje no se restrinja a una sola situación que ha aprendido, sino que le sea de utilidad para ponerlo en práctica en diversas situaciones de su vida y emprender con éxito en aprendizajes futuros, en la matemática encontrará “herramientas básicas para su desempeño social y la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida” (MINEDU, 2015, p. 11)

*Formativo*, permitirá al estudiante a “desarrollar estructuras conceptuales, procedimientos y estrategias cognitivas tanto particulares como generales, características de un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente”. (MINEDU, 2012, p. 12) en este tipo de aprendizaje, el contenido tiene relación con los resultados directos del mismo, es decir, el estudiante logra aprender aquello que se constituye en resultado directo e inmediato de su aprendizaje.

*Instrumental*, gracias a la matemática se ha obtenido un desarrollo en la ciencia y tecnología llevando al cambio de vida de los ciudadanos en los distintos aspectos de su vida siendo una de ellas en la salud, su vida profesional, la estética, la comunicación

virtual, entre otras, es por ello que la matemática debe ser “reconocida como el idioma en el que está escrito el desarrollo de las demás ciencias” (MINEDU, 2015, p. 12)

El área está constituida por un conjunto de competencias y capacidades.

Las capacidades “son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada” (MINEDU, 2016, p. 113) y las competencias son facultades “que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes” (MINEDU, 2015, p.5)

Estas competencias y capacidades forman parte de las dimensiones del estudio que se detallan a continuación:

**Resuelve problemas de cantidad**, que consiste en la solución de problemas por parte del estudiante o que este “plantee nuevos problemas que demanden construir y comprender las nociones de cantidad, número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades”. (MINEDU, 2016, p.133) Para el logro de esta competencia es necesario el desarrollo de las siguientes capacidades: “Traduce cantidades a expresiones numéricas, comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, argumenta afirmaciones sobre las operaciones” (MINEDU, 2016, p.133)

**Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio**, el educando “debe lograr caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno”. (MINEDU, 2016, p.136) Para el logro de esta competencia es necesario la combinación y desarrollo de las capacidades: “traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas, usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencia y reglas generales y argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia”. (MINEDU, 2016, p.136).

**Resuelve problemas de forma, movimiento y localización**, el educando “se orienta y describe la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales”. (MINEDU, 2016, p.144). Para el logro de esta competencia es necesario el desarrollo de las capacidades: “modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio, argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas” (MINEDU, 2016, p.144).

**Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre**, el educando “analiza datos sobre un tema de interés o estudio de situaciones aleatorias, que le permiten tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida”. (MINEDU, 2016, p.141). Para el logro de esta competencia es necesario el desarrollo de las siguientes capacidades: “representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades, comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilidades, sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida” (MINEDU, 2016, p.141).

### **El enfoque de Resolución de Problemas.**

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe partir desde una situación de problemas para lograr el razonamiento del estudiante, siendo esta una propuesta curricular del Ministerio de Educación donde el estudiante debe aprender a resolver problemas matemáticos desde situaciones reales, con datos de su propio contexto y entorno para que sea significativo en él. “Es la resolución de problemas la que lleva al estudiante a integrar los conocimientos nuevos a los ya adquiridos, favoreciendo el enriquecimiento de la comprensión y por ende un mejor aprovechamiento de las capacidades personales para la vida del individuo” (Isoda & Olfos, 2009, p. 101) siendo también un aprendizaje que favorecerá a su entorno social.

El estado peruano asume el enfoque centrado en la resolución de problemas como marco pedagógico en el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas en la Educación Básica por las siguientes razones: “la resolución de situaciones problemáticas es la

actividad central de la matemática, es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana”. (MINEDU, 2013, p.10)

El enfoque promueve distintas maneras de enseñanza y aprendizaje que busquen respuestas a situaciones problemáticas que tenga relación con la vida real del estudiante y situaciones que observan en su vida cotidiana. Los principales rasgos de este enfoque de detallan a continuación: se debe trabajar en diversos contextos “pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer la funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos”. (MINEDU, 2015, p.15). De la misma manera “sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas. Es a través de la resolución de problemas, que los estudiantes desarrollan competencias matemáticas y capacidades matemáticas”. (MINEDU, 2015, p.15). también manifiesta que “se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas”. (MINEDU, 2015, p.15). Por último, indica que “los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes; es decir, deben ser interesantes y constituir desafíos genuinos para los estudiantes, que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones”. (MINEDU, 2015, p.15)

### **Didáctica de la matemática.**

Se conoce a la didáctica como el arte de enseñar, algunos autores como Mallart (2005) lo precisa como “la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza – aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando” (p.5) siendo el docente quien tiene que combinar adecuadamente los saberes teóricos (la teoría) con el hacer didáctico (la práctica) para brindar una enseñanza de calidad a los estudiantes y obtener resultados óptimos en su rendimiento académico.

En la educación básica se ha considerado la enseñanza y aprendizaje de la matemática mediante los procesos didácticos basados en la teoría de Polya y adaptadas por el Ministerio de Educación para todas las competencias matemáticas. Estos procesos son un

conjunto de acciones que interactúan entre sí con el propósito de lograr aprendizajes efectivos en los estudiantes, los cuales se detallan a continuación:

#### *Familiarización con el problema.*

MINEDU (2018) sustenta que este proceso “Implica que el estudiante se familiarice con la situación y el problema; mediante el análisis de la situación e identificación de matemáticas contenidas en el problema” (p.1)

Este proceso tiene una serie de estrategias y acciones planteadas por el docente de la siguiente manera:

- Presenta la situación y el problema.
- Efectúa las preguntas: “¿De qué trata el problema?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Qué pide el problema?, ¿Disponemos de datos suficientes?, ¿Guardan los datos relaciones entre sí y con los hechos?” (MINEDU, 2018, p.1)

#### *Búsqueda y ejecución de estrategias*

Esta etapa involucra que “el estudiante indague, investigue, proponga, idee o seleccione la o las estrategias que considere pertinentes. Así mismo se propicia su puesta en acción para abordar el problema, partiendo de sus saberes previos e identificando nuevos términos, procedimientos y nociones”. (MINEDU, 2018, p.1)

El docente promueve en el estudiante la solución del problema con la ejecución de estrategias y para ello sigue las siguientes acciones: “Permite que los estudiantes indaguen, investiguen y exploren, haciendo afirmaciones, preguntas, repreguntas para activar su pensamiento” (MINEDU, 2018, p.2), asimismo “Brinda espacio y tiempo a los estudiantes para que reflexione sobre las posibles soluciones, y el uso de representaciones, términos matemáticos, procedimientos, estrategias, ideas matemáticas, etc”. (MINEDU, 2018, p.2), detectando “dificultades en los estudiantes, como: procedimientos inadecuados, afirmaciones erradas u otros, para luego trabajarlos según convenga a su estrategia y el manejo de su lenguaje y superarlas, generando la reflexión y autoevaluación del proceso seguido”. (MINEDU, 2018, p.2)

#### *Socializa sus representaciones*

Esta actividad consiste en que “el estudiante intercambie experiencias y confronte con los otros el proceso de resolución seguido, las estrategias que utilizó, las dificultades que tuvo,

las dudas que aún tiene, etc, con el fin de ir consolidando el aprendizaje esperado” (MINEDU, 2018, p.2)

El docente cumple el rol de guiar y evaluar este proceso siguiendo las recomendaciones para su desarrollo: “Interroga sobre el significado de las representaciones realizadas por los estudiantes y gestiona las dudas y las contradicciones que aparezcan” (MINEDU, 2018, p.2), de la misma manera “Orienta a los estudiantes para que identifiquen los procedimientos que presentan aspectos interesantes y /o novedosos y para que reconozcan las distintas formas de enfrentar dificultades, buscando que el consenso valide los saberes utilizados”. (MINEDU, 2018, p.2), finalmente “evalúa si el estudiante está listo para la siguiente fase y si es necesario introduce variantes sencillas del problema en la misma situación, organiza las exposiciones, orienta a partir de estrategias”. (MINEDU, 2018, p.2)

### *Reflexión y Formalización*

En esta etapa “el estudiante consolida y relaciona los conceptos y procedimientos matemáticos, reconociendo su importancia, utilidad y dando respuesta al problema, a partir de la reflexión de todo lo realizado” (MINEDU, 2018, p.2)

Las actividades que realiza el docente en este proceso son las siguientes: “Reflexiona con los estudiantes sobre, cómo han llegado al resultado, solución (es) y qué han hallado a partir de sus propias experiencias”. (MINEDU, 2018, p.3). Asimismo “resume las conclusiones que son clave para la sistematización realizando preguntas, explica, sintetiza, resume y rescata los conocimientos y procedimientos matemáticos puestos en juego para resolver el problema, así como la solución o soluciones obtenidas” (MINEDU, 2018, p.3), y finalmente “construye definiciones siguiendo una metodología y mostrando una estructura para la definición”. (MINEDU, 2018, p.3)

### *Planteamiento de otros problemas*

En esta etapa “el estudiante aplica sus conocimientos y procedimientos matemáticos en otras situaciones y problemas planteados. Aquí se realiza la transferencia de los saberes matemáticos” (MINEDU, 2018, p.4)

El docente motiva en el planteamiento de otros problemas siguiendo las recomendaciones: “presenta una situación similar o diferente para que el estudiante plantee el problema y lo resuelva (...) y permite que el estudiante gestione en lo posible de manera autónoma su

resolución”. (MINEDU, 2018, p.4) así como también “propicia la práctica reflexiva en diversas situaciones problemas que permitan movilizar los conocimientos y procedimientos matemáticos encontrados”. (MINEDU, 2018, p.4)

### **2.3. Bases Filosóficas**

El estudio está basado en el fundamento filosófico de Jhon Dewey quien manifiesta que el niño cuando llega al aula “ya es intensamente activo y el cometido de la educación consiste en tomar a su cargo esta actividad y orientarla” (Dewey, 1899, p.25)

Se debe considerar al estudiante como seres que piensan al llegar a la escuela ya que traen consigo innumerables conocimientos que ha adquirido en su vida diaria y deben ser utilizadas como parte de sus saberes previos para dar inicio a los aprendizajes considerados por el docente de acuerdo al currículo que rige en cada estado.

La frase de Dewey en que “no hay que darle el pez al niño, hay que enseñarle a pescar por sí mismo” quien describe que el niño debe ser enfrentado a los problemas que se presenta en su diario vivir, de esta manera adquirir enseñanzas que cada problema pueda aportar en su formación:

Primero, que el alumno se sitúe verdaderamente en su experiencia, es decir, que haya una actividad continua que le atraiga por sí misma; en segundo lugar, que esta situación origine un problema auténtico capaz de estimular el razonamiento; en tercer lugar, que el alumno posea los datos y haga las observaciones pertinentes para acometer el problema; en cuarto lugar, que se sugieran soluciones que él debe desarrollar o estructurar ordenadamente, y en quinto lugar, que se le suministren oportunidades y ocasiones de probar sus ideas aplicándolas, esclareciendo su contenido y descubriendo su validez él mismo. (Ochoa, 1994, p.160)

Para Dewey una buena educación debe considerar el estudio de las potencialidades de los niños, sus aficiones y sus hábitos para que a partir de ello inicie la actividad docente. Las afirmaciones de Dewey tienen relación con dos teorías educativas, el Aprendizaje Significativo de David Ausubel y la teoría Sociocultural de Lev Vygotsky que se detallan a continuación:

**Teoría del Aprendizaje Significativo:** Para Ausubel el conocimiento verdadero puede darse solo cuando los nuevos aprendizajes tienen una conexión con los aprendizajes ya adquiridos con anterioridad por la persona, es decir “el conocimiento nuevo encaja en el conocimiento viejo, pero este último, a la vez, se ve reconfigurado por el primero” (psicología y mente, parr. 3) entiéndase que el nuevo aprendizaje no es asimilado en modo literal ni el que ya se posee queda inalterado, la nueva información aprovechada hace que los conocimientos previos sean más completos.

**Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky,** la filosofía de Dewey tiene relación con la teoría de Vygotsky quien manifiesta que el entorno social donde se desarrolla el niño y la niña es determinante para su aprendizaje. Esta teoría tiene tres ideas básicas relevantes en la educación:

- a) Desarrollo psicológico visto desde una óptica prospectiva, la idea es entender en el curso de desarrollo, “el surgimiento de lo que es nuevo (desarrollo de procesos que es nuevo (desarrollo de procesos que se encuentran en estado embrionario). La zona de desarrollo próximo es el dominio en constante transformación, de manera que el educador debe intervenir en esta zona con el objeto de provocar en los estudiantes los avances que no sucederían espontáneamente”. (Carrera y Mazzarella, p.43).
- b) Los procesos de aprendizaje ponen en marcha los procesos de desarrollo, “la trayectoria del desarrollo es de afuera hacia adentro por medio de la internalización de los procesos interpsicológicos; de este modo, si se considera que el aprendizaje impulsa el desarrollo el desarrollo resulta que la escuela es el agente encargado y tiene un papel fundamental en la promoción del desarrollo psicológico del niño”. (Carrera y Mazzarella, p.44).
- c) Intervención de otros integrantes del grupo social como mediadores entre cultura e individuo, “esta interacción promueve los procesos interpsicológicos que posteriormente serán internalizados. La intervención deliberada de otros miembros de la cultura en el aprendizaje de los niños es esencial para el proceso de desarrollo infantil”. (Carrera y Mazzarella, p.44).

#### **2.4. Definición de términos básicos**

**Capacidad:** “Son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada” (MINEDU, 2016, p. 113)

**Competencia:** MINEDU (2015) lo define como “la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes” (p.5)

**Didáctica:** “Ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza – aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando” (Mallart, 2005, p.5)

**Estrategia:** Es un “conjunto de procedimientos, técnicas y métodos utilizados de manera deliberada y sistemática que orientan la enseñanza y facilitan el proceso de aprendizaje del estudiantado. Estas integran las estrategias de enseñanza y las estrategias de aprendizaje” (Chaiña, 2018, p.16)

**Heurística:** Para la RAE (2012) es la “técnica de la indagación y del descubrimiento. En algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc”

**Matemática:** “Actividad humana y ocupa un lugar relevante en el desarrollo del conocimiento y de la cultura de nuestras sociedades. Esta área de aprendizaje contribuye en formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información, entender el mundo que los rodea” (MINEDU, 2016, p.147)

**Problema:** “Situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata”. (Polya, 1962, s/p)

## **2.5. Hipótesis de investigación**

### **2.5.1. Hipótesis general**

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes – Huaral, 2019.

## 2.5.2. Hipótesis específicas

H.E.1: El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes – Huaral, 2019.

H.E.2: El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes – Huaral, 2019.

H.E.3: El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes – Huaral, 2019.

H.E.4: El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes – Huaral, 2019.

## 2.6. Operacionalización de las variables

Tabla 1

*Operacionalización de la variable independiente estrategias heurísticas*

Dimensiones	Indicadores
Estrategias heurísticas de visualización	Hacer diagramas Elaborar tablas
Estrategias heurísticas de exploración	Ensayo y error Buscar patrones o regularidades Hacer suposiciones
Estrategias heurísticas de reformulación	Buscar analogías Empezar por el final

Tabla 2

*Operacionalización de la variable dependiente: Desarrollo de competencias matemáticas*

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Resuelve problemas de cantidad	<p>Traduce cantidades a expresiones numéricas</p> <p>Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones</p>	1; 2	
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	<p>Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.</p> <p>Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencia y reglas generales</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia</p>	3;4	Prueba de Matemáticas
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	<p>Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones</p> <p>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</p>	5;6	
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	<p>Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades</p> <p>Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilidades.</p> <p>Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.</p>	7;8	

Nota: Tomado del programa curricular de educación secundaria. MINEDU (2016)

## CAPITULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1. Diseño metodológico

##### 3.1.1. Enfoque de la investigación

El estudio se encuentra dentro del enfoque cuantitativo porque “usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.5)

##### 3.1.2. Tipo de investigación

Es un estudio de tipo aplicada, al respecto para Hernández et al. (2010) una investigación aplicada “es aquella que está orientada a resolver objetivamente los problemas prácticos de cualquier actividad humana” (p. 203)

##### 3.1.3. Diseño de la investigación

El estudio presenta un diseño pre experimental con pretest y posttest; con un solo grupo. Hernández et al. (2014) señalan que “en un diseño pre experimental de un solo grupo el grado de control de la variable es mínimo y que se usa para tener una idea básica del problema de investigación” (p. 137).

El diseño consiste en que “A un grupo se les aplica una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, después se le administra el tratamiento y finalmente se le aplica una prueba posterior al estímulo” (Hernández et al, 2014, p.136)

El diseño Pre experimental con pretest y posttest, se diseña de la siguiente manera:

GE: O<sub>1</sub> X O<sub>2</sub>

GE : Grupo experimental

X : Manipulación de la variable independiente (Estrategias heurísticas)

O<sub>1</sub> : Medición pretest de la variable dependiente (Desarrollo de competencias matemáticas)

O<sub>2</sub> : Medición posttest de la variable variable dependiente (Desarrollo de competencias matemáticas)

#### **3.1.4. Nivel de investigación.**

El estudio corresponde al nivel explicativo, porque “van más allá de la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos, están dirigidos a responder a las causas de los eventos físicos o sociales [...] su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste” (Hernández y otros, 1997, p. 6)

### **3.2 Población y Muestra.**

#### **3.2.1. Población**

La población del presente estudio está compuesta por 153 estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes”. Para Hernández et al (2010) es “un conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones” (p. 174)

#### **3.2.2. Muestra**

La muestra “es un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible. En este sentido, una muestra representativa es aquella que por su tamaño y características similares a las del conjunto, permite hacer inferencias o generalizar los resultados al resto de la población con un margen de error conocido”. (Arias, 2012, p. 83)

El estudio ha considerado la muestra no aleatoria por conveniencia con 30 estudiantes del 3° grado “A” de la Institución Educativa “Andrés de los Reyes”.

### **3.3. Técnicas de recolección de datos.**

**Técnica:** “las técnicas son los medios por los cuales se procede a recoger información requerida de una realidad o fenómeno en función a los objetivos de la investigación” (Sánchez & Reyes, 2009, p. 163). Para el presente estudio la técnica para medir el desarrollo de las competencias matemáticas es la Prueba, que es muy útil para medir los conocimientos y rendimientos académicos, pues permite recoger información de las destrezas cognitivas de los estudiantes.

**Instrumento:** Para recoger los datos de la variable de estudio del desarrollo de las competencias matemáticas se utilizará el instrumento de la Prueba de desarrollo de competencias matemáticas. Esta prueba necesita que el estudiante justifique la respuesta.

### **Ficha técnica del instrumento**

La prueba para determinar el desarrollo de competencias matemáticas basado en el área de matemática del Currículo Nacional correspondiente al nivel de secundaria del Ministerio de Educación, tiene las siguientes características:

<b>Denominación</b>	: Prueba de Competencias Matemáticas del 3° grado de secundaria.
<b>Autor y año</b>	: Carlos Obispo Iparraguirre (2019)
<b>Objetivo</b>	: Evaluar las competencias y capacidades del área de matemática
<b>Alcances</b>	: Estudiantes entre los 13 y 14 años de edad.
<b>Duración</b>	: 90 minutos.
<b>Material</b>	: Lapicero y papel
<b>Descripción</b>	: Es un instrumento elaborado por el autor de la investigación.
<b>Calificación</b>	: Consta de 08 ítems, los cuales serán evaluados con la escala de calificación del Ministerio de Educación:

### **3.4. Técnicas para el procesamiento de la información.**

Para el procesamiento de los datos y su análisis utilizaremos los siguientes instrumentos:

Tabulación o cuadros.

Se aplicó el software estadístico SPSS versión 25.

Análisis e interpretación de los resultados.

### 3.5. Matriz de consistencia

#### LAS ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS Y EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANDRÉS DE LOS REYES- HUARAL, 2019

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
<p><b><u>Problema general</u></b> ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral, 2019?</p> <p><b><u>Problemas específicos</u></b> ¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral, 2019?</p> <p>¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en</p>	<p><b><u>Objetivo general</u></b> Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.</p> <p><b><u>Objetivos específicos</u></b> Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- 2019</p> <p>Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del</p>	<p><b><u>Hipótesis general</u></b> El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.</p> <p><b><u>Hipótesis específicas</u></b> El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los reyes- Huaral, 2019.</p> <p>El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los</p>	<p><b>Variable independiente</b> Estrategias heurísticas</p> <p><b>Variable dependiente</b> Desarrollo de competencias matemáticas</p>	<p>Estrategias heurísticas de visualización</p> <p>Estrategias heurísticas de exploración</p> <p>Estrategias heurísticas de reformulación</p> <p>Resuelve problemas de cantidad</p>	<p>Hacer diagramas</p> <p>Elaborar tablas</p> <p>Ensayar y errar Buscar patrones o regularidades Hacer suposiciones</p> <p>Buscar analogías</p> <p>Empezar por el final</p> <p>Traduce</p> <p>Comunica</p> <p>Usa estrategias</p> <p>Argumenta afirmaciones</p>	<p><b>Enfoque</b> Cuantitativo</p> <p><b>Tipo de investigación</b> Aplicada</p> <p><b>Nivel de investigación</b> Explicativo</p> <p><b>Diseño de investigación</b> Pre experimental con pretest y postest</p> <p><b>GE: O1 X O2</b></p> <p>G.E: Grupo experimental X: Manipulación de la variable independiente (estrategias heurísticas) O<sub>1</sub>; Medición pretest de la variable dependiente (competencias</p>

<p>los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019?</p> <p>¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019?</p> <p>¿En qué medida el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019?</p>	<p>tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral,2019</p> <p>Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019</p> <p>Determinar si el uso de las estrategias heurísticas mejora el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019</p>	<p>estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019.</p> <p>El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral, 2019.</p> <p>El uso de las estrategias heurísticas mejoran significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes-Huaral,2019</p>		<p>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</p> <p>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.</p>	<p>Traduce Comunica Usa estrategias Argumenta afirmaciones</p> <p>Modela Comunica Usa estrategias Argumenta afirmaciones</p> <p>Representa datos Comunica Usa estrategias Sustenta conclusiones o decisiones</p>	<p>matemáticas)</p> <p>O<sub>2</sub>: Medición posttest de la variable dependiente (competencias matemáticas)</p> <p><b>Población</b> Conformado por los 153 estudiantes del tercer grado del nivel secundario</p> <p><b>Muestra</b> Es no aleatoria por conveniencia y está conformada por los 30 estudiantes del 3° grado A</p> <p><b>Técnicas e Instrumentos</b> <b>Técnica:</b> Prueba <b>Instrumento:</b> Prueba de competencias matemáticas</p>
---	--	--	--	--	--	---

## CAPITULO IV

### RESULTADOS

#### 4.1 Resultados descriptivos

##### 4.1.1 Resultados de la variable Desarrollo de competencias matemáticas

Tabla 3

*Pretest y postest de la variable desarrollo de competencias matemáticas*

Niveles	Pretest		Postest	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	13	43,3%	0	0,0%
Proceso	11	36,7%	7	23,3%
Logro esperado	6	20,0%	15	50,0%
Logro destacado	0	0,0%	8	26,7%
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>100,0%</b>	<b>30</b>	<b>100,0%</b>

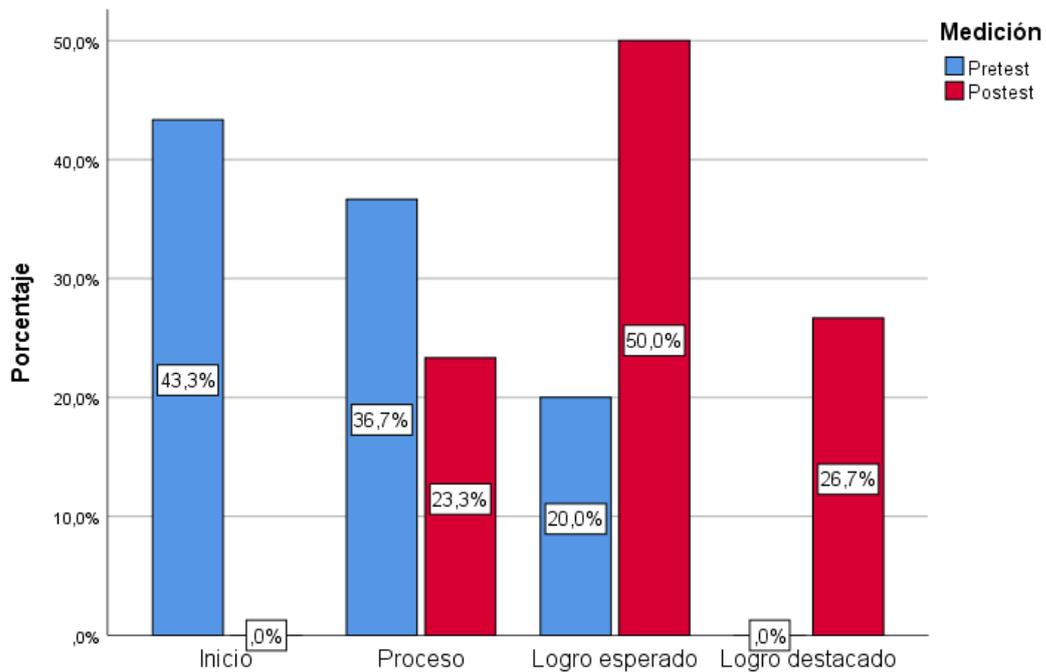


Figura 1. Comparación pretest y postest del desarrollo de competencias matemáticas

De la tabla 3 y figura 1, se puede destacar lo siguiente: De 30 estudiantes que representan la muestra de estudio, se encontró que en el pretest el 43,3 % de ellos se encontraban en un nivel de inicio respecto al desarrollo de competencias matemáticas; pero en el postest el 00,0 % se situaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el postest se incrementó en un 26,7 %.

#### 4.1.2 Resultados de la competencia: Resuelve problemas de cantidad

Tabla 4

*Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de cantidad*

Niveles	Pretest		Postest	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	16	53,3 %	4	13,3 %
Proceso	14	46,7 %	6	20,0 %
Logro esperado	0	00,0 %	0	00,0%
Logro destacado	0	00,0 %	20	66,7%
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>	<b>30</b>	<b>100,0%</b>

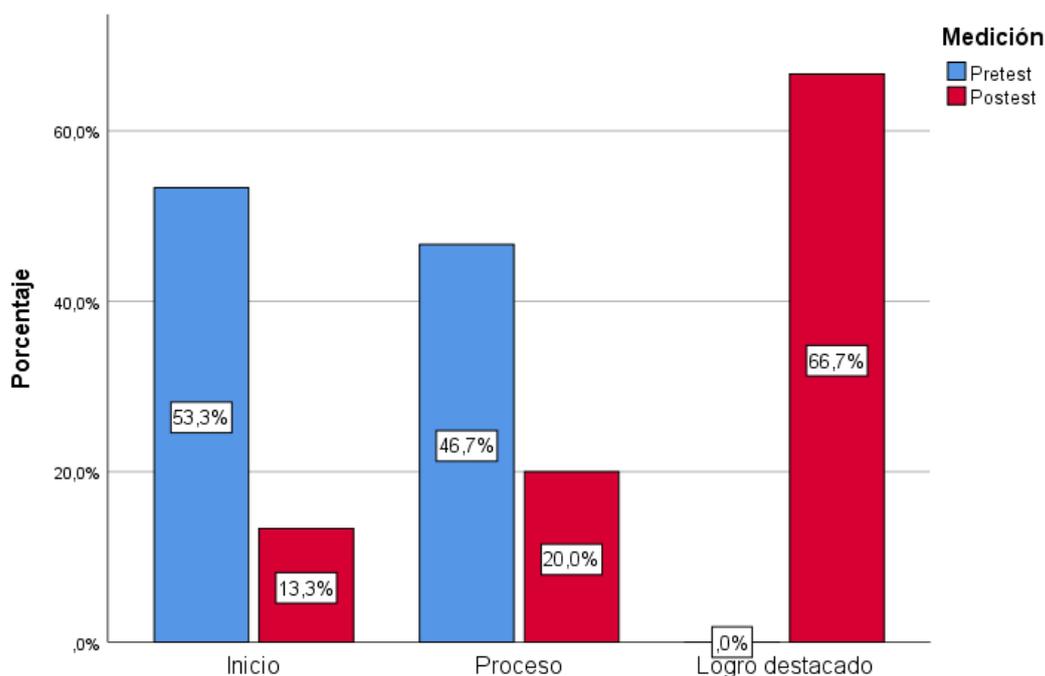


Figura 2. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de cantidad

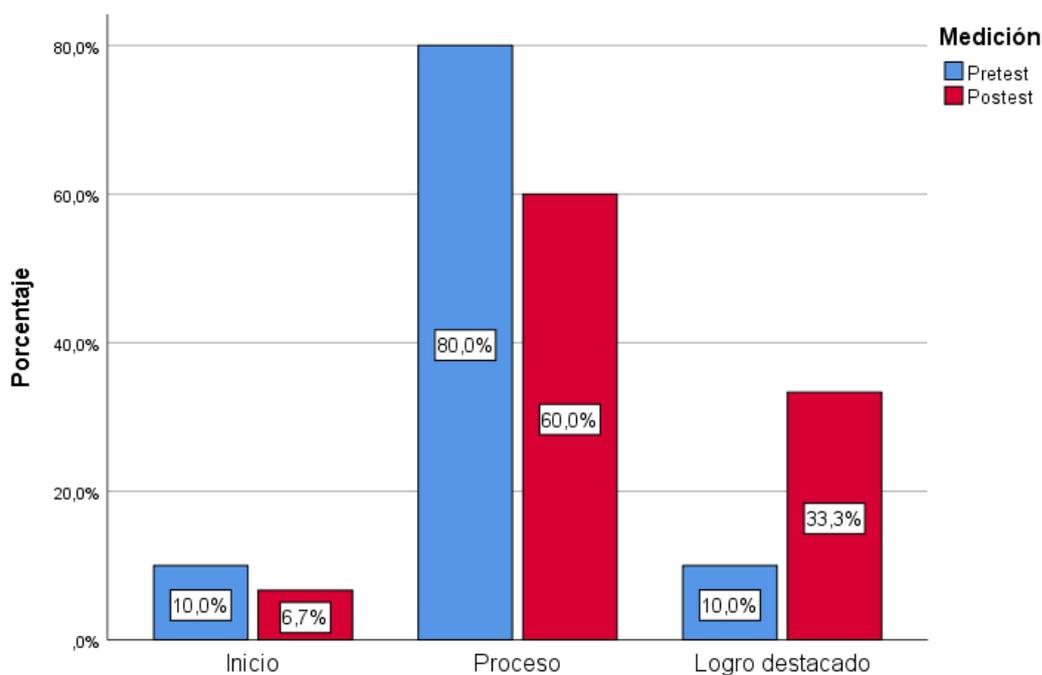
De la tabla 4 y figura 2, se puede destacar lo siguiente: De 30 estudiantes que representan el 100 % de la muestra de estudio, se halló que en el pretest el 53,3 % de ellos se encontraban en un nivel de inicio respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad; pero en el posttest fueron solo un 13,3 % los que se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se ubicaron en un nivel de logro destacado, pero en el posttest se incrementó significativamente a un 66,7 %.

#### 4.1.3 Resultados de la competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Tabla 5

*Pretest y posttest de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

Niveles	Pretest		Posttest	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	3	10,0 %	2	6,7 %
Proceso	24	80,0 %	18	60,0 %
Logro esperado	0	00,0 %	0	00,0 %
Logro destacado	3	10,0 %	10	33,3 %
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>



*Figura 3. Comparación pretest y posttest de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

De la tabla 5 y figura 3, se puede destacar lo siguiente: De los 30 estudiantes de la muestra de estudio, se encontró que en el pretest el 10,0 % de ellos se encontraban en un nivel de inicio respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; pero en el postest fueron solo un 6,7 % los que se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 10,0 % se ubicaron en un nivel de logro destacado, pero en el postest se incrementó significativamente a un 33,3 %.

#### 4.1.4 Resultados de la competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Tabla 6

*Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

Niveles	Pretest		Postest	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	14	46,7 %	3	10,0 %
Proceso	16	53,3 %	18	60,0 %
Logro esperado	0	00,0 %	0	00,0 %
Logro destacado	0	00,0 %	9	30,0 %
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>

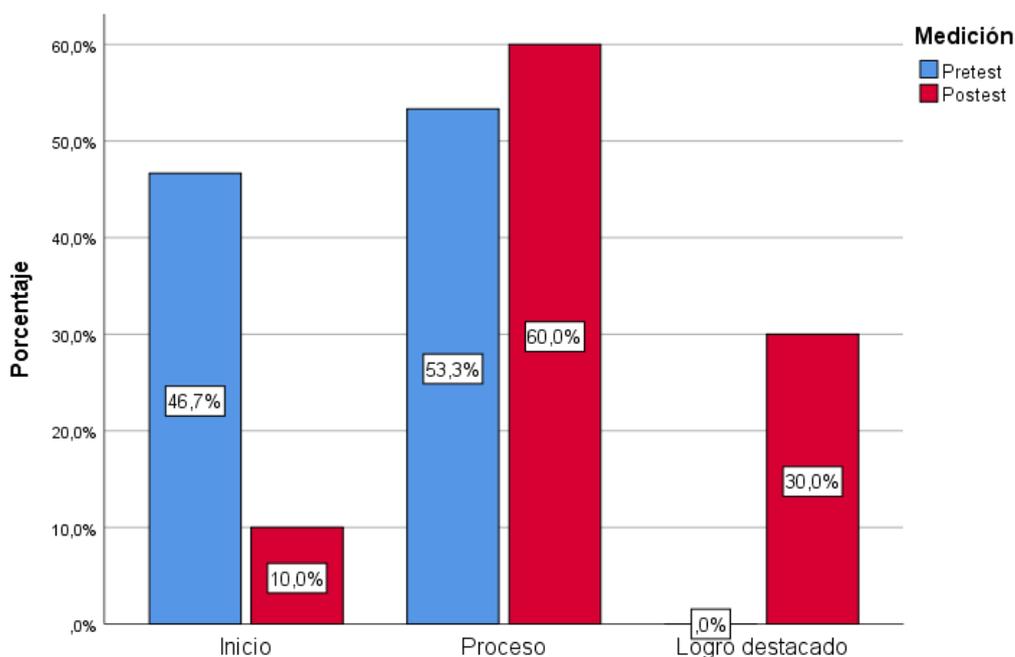


Figura 4. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización

De la tabla 6 y figura 4, se puede destacar lo siguiente: De los 30 estudiantes de la muestra de estudio, se encontró que en el pretest el 46,7 % de ellos se encontraban en un nivel de inicio respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización; pero en el postest fueron solo un 10,0 % los que se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se ubicaron en un nivel de logro destacado, pero en el postest se incrementó significativamente a un 30,0 %.

#### 4.1.5 Resultados de la competencia: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Tabla 7

*Pretest y postest de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*

Niveles	Pretest		Postest	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	2	6,7 %	0	00,0 %
Proceso	25	83,3 %	10	33,3 %
Logro esperado	0	00,0 %	0	00,0 %
Logro destacado	3	10,0 %	20	66,7 %
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>	<b>30</b>	<b>100,0 %</b>

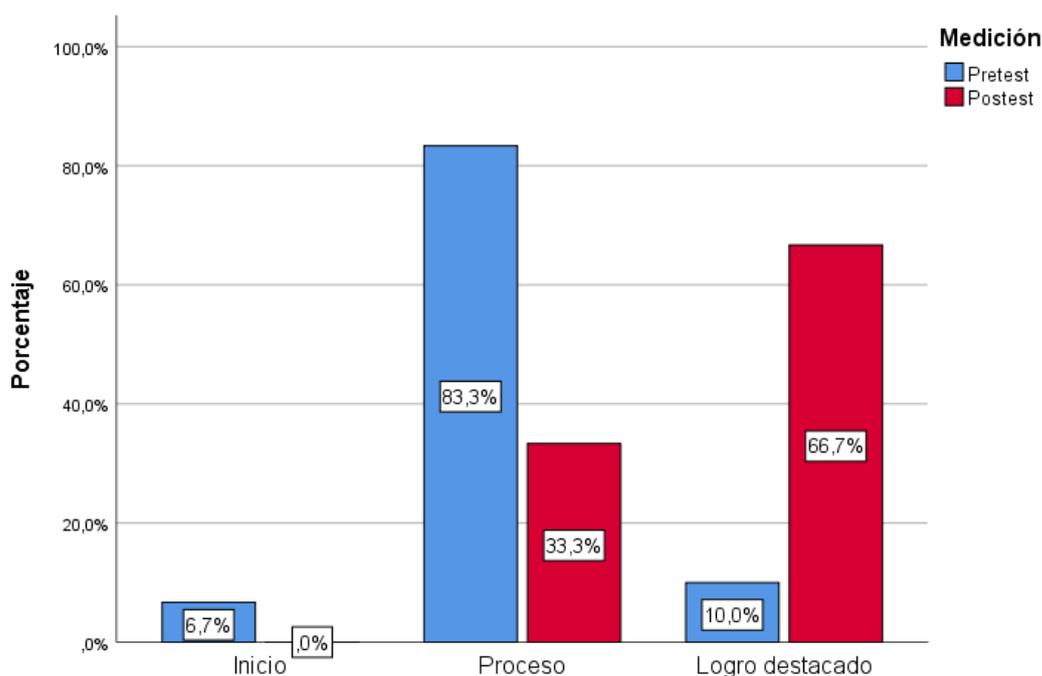


Figura 5. Comparación pretest y postest de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

De la tabla 7 y figura 5, se puede destacar lo siguiente: De los 30 estudiantes de la muestra de estudio, se encontró que en el pretest el 6,7 % de ellos se encontraban en un nivel de inicio respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre; pero en el posttest fueron un 00,0 % los que se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 10,0 % se ubicaron en un nivel de logro destacado, pero en el posttest se incrementó significativamente a un 66,7 %.

## 4.2 Resultados inferenciales

### Prueba de Normalidad

En primer lugar, fue necesario comprobar si los datos de la variable diferencia siguen o no el modelo de distribución normal. Para ello se realizó la prueba de normalidad utilizando la prueba de Shapiro-Wilk, puesto que el tamaño de la muestra es menor que 50.

Procedimiento:

a) Planteo de las hipótesis:

**Hipótesis Nula ( $H_0$ ):** Los puntajes de la variable diferencia presentan una distribución normal

**Hipótesis Alternativa ( $H_a$ ):** Los puntajes de la variable diferencia no presentan una distribución normal.

b) Nivel de significancia:  $= 5\% = 0,05$

c) Estadístico de prueba: Shapiro – Wilk

$$W_C = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n X_i - \bar{X}^2}$$

Donde:  $b = \sum_{i=1}^n a_i X_{(n-i+1)} - X_i$

Tabla 8

*Prueba de normalidad de la variable desarrollo de competencias matemáticas*

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Diferencia	,876	30	,002

d) Regla de decisión:

- Si p-valor < 0,05 se rechaza la hipótesis nula
- Si p-valor > 0,05 no se rechaza la hipótesis nula

De la tabla 8 se puede observar que, el p-valor (Sig.) es igual  $0.002 < 0.05$  se infiere que hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula y concluir que los datos de la variable diferencia no presentan una distribución normal.

e) Conclusión:

Como la variable diferencia no presentó distribución normal, para efectuar la prueba de hipótesis se utilizó la prueba estadística no paramétrica: Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas.

### 4.3. Contrastación de las hipótesis

#### Hipótesis General

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

#### Hipótesis estadísticas

**H<sub>0</sub>:** No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medianas del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de competencias matemáticas ( $Me_1$   $Me_2$ )

**H<sub>1</sub>:** Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medianas del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de competencias matemáticas ( $Me_1$   $Me_2$ )

**. Nivel de significancia: = 0.05**

**. Estadístico de prueba:** Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_T = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Z= valor Z de la T de Wilcoxon  
T= valor estadístico de Wilcoxon  
n = tamaño de la muestra

Tabla 9  
*Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para el desarrollo de competencias matemáticas*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest - Pretest	Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	.00	.00
	Rangos positivos	30 <sup>b</sup>	15.50	465.00
	Empates	0 <sup>c</sup>		
	Total	30		

Nota:

- a. Postest < Pretest
- b. Postest > Pretest
- c. Postest = Pretest

Tabla 10  
*Prueba de Wilcoxon de la variable desarrollo de competencias matemáticas*

	Pretest - Postest
Z	-4.823 <sup>b</sup>
Sig. asintótica(bilateral)	.000

Nota: b. Se basa en rangos negativos.

**Regla de decisión:**

- Si  $p < \alpha$  ; se rechaza la hipótesis nula
- Si  $p > \alpha$  ; no se rechaza la hipótesis nula

**Conclusión:**

Por los datos observados en la tabla 10, se tiene que  $p\text{-valor} = 0.000 < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula, es decir existen diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y postest. Concluyendo que el uso de estrategias heurísticas mejora

significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

### Hipótesis específica 1

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los reyes- Huaral, 2019.

### Hipótesis estadísticas

**H1:** Existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad

**Ho:** No existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad, del pretest y del postest.

. **Nivel de significación o nivel de riesgo:** = 0,05

. **Estadístico de prueba:** Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_T = \frac{T - \frac{n(n-1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n-1)}{24}}}$$

Tabla 11

*Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de cantidad*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest - Pretest	Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	,00	,00
	Rangos positivos	23 <sup>b</sup>	12,00	276,00
	Empates	7 <sup>c</sup>		
	Total	30		

Nota:

a. Postest < Pretest

b. Postest > Pretest

c. Postest = Pretest

Tabla 12

*Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de cantidad*

	Postest - Pretest
Z	-4,274 <sup>b</sup>
Sig. asintótica(bilateral)	,000

Nota: b. Se basa en rangos negativos.

**Regla de decisión:**

- Si  $p < 0,05$  ; se rechaza la hipótesis nula
- Si  $p > 0,05$  ; no se rechaza la hipótesis nula

**Conclusión:**

Por los datos observados en la tabla 12, se tiene que  $p\text{-valor} = \text{Sig. Asintótica (bilateral)} < 0,05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se concluye que hay suficiente evidencia estadística para indicar que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

**Hipótesis específica 2**

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los reyes- Huaral, 2019.

**Hipótesis estadísticas**

**H1:** Existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

**Ho:** No existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

**. Nivel de significación o nivel de riesgo: = 0,05**

**. Estadístico de prueba:** Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_T = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Tabla 13

*Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest - Pretest	Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	,00	,00
	Rangos positivos	10 <sup>b</sup>	5,50	55,00
	Empates	20 <sup>c</sup>		
	Total	30		

Nota:

- a. Postest < Pretest
- b. Postest > Pretest
- c. Postest = Pretest

Tabla 14

*Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

	Postest - Pretest
Z	-3,051 <sup>b</sup>
Sig. asintótica(bilateral)	,002

Nota: b. Se basa en rangos negativos.

#### Regla de decisión:

- Si  $p < 0,05$  ; se rechaza la hipótesis nula
- Si  $p > 0,05$  ; no se rechaza la hipótesis nula

#### Conclusión:

Por los datos observados en la tabla 14, se tiene que  $p\text{-valor} = \text{Sig. Asintótica (bilateral)} < 0,05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se concluye que hay suficiente evidencia estadística para indicar que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado "A" de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

### Hipótesis específica 3

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los reyes- Huaral, 2019.

### Hipótesis estadísticas

**H1:** Existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización

**H0:** No existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización

**Nivel de significación o nivel de riesgo:** = 0,05

**. Estadístico de prueba:** Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_r = \frac{T - \frac{n(n-1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n-1)}{24}}}$$

Tabla 15

*Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest - Pretest	Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	,00	,00
	Rangos positivos	20 <sup>b</sup>	10,50	210,00
	Empates	10 <sup>c</sup>		
	Total	30		

Nota:

a. Postest < Pretest

b. Postest > Pretest

c. Postest = Pretest

Tabla 16

*Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

	Postest - Pretest
Z	-3,981 <sup>b</sup>
Sig. asintótica(bilateral)	,000

Nota: b. Se basa en rangos negativos.

#### **Regla de decisión:**

- Si  $p < 0,05$  ; se rechaza la hipótesis nula
- Si  $p > 0,05$  ; no se rechaza la hipótesis nula

#### **Conclusión:**

Por los datos observados en la tabla 16, se tiene que  $p\text{-valor}=\text{Sig. Asintótica (bilateral)} < 0,05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se concluye que hay suficiente evidencia estadística para indicar que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

#### **Hipótesis específica 4**

El uso de las estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Andrés de los reyes- Huaral, 2019.

#### **Hipótesis estadísticas**

**H1:** Existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

**H0:** No existen diferencias significativas entre las medianas de los puntajes del pretest y postest, obtenidos en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

**Nivel de significación o nivel de riesgo: = 0,05**

**. Estadístico de prueba:** Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_T = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Tabla 17

*Rangos obtenidos en la prueba de Wilcoxon para la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest - Pretest	Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	,00	,00
	Rangos positivos	18 <sup>b</sup>	9,50	171,00
	Empates	12 <sup>c</sup>		
	Total	30		

Nota:

a. Postest < Pretest

b. Postest > Pretest

c. Postest = Pretest

Tabla 18

*Prueba de Wilcoxon de la competencia resuelve problemas de gestión d datos e incertidumbre*

	Postest - Pretest
Z	-4,066 <sup>b</sup>
Sig. asintótica(bilateral)	,000

Nota: b. Se basa en rangos negativos.

**Regla de decisión:**

- Si  $p < \alpha$  ; se rechaza la hipótesis nula
- Si  $p > \alpha$  ; no se rechaza la hipótesis nula

**Conclusión:**

Por los datos observados en la tabla 18, se tiene que  $p\text{-valor} = \text{Sig. Asintótica (bilateral)} < 0.05$  entonces se rechaza la hipótesis nula y se concluye que hay suficiente evidencia estadística para indicar que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes- Huaral, 2019.

## **CAPITULO V**

### **DISCUSIONES**

#### **5.1 Discusión de resultados**

Los resultados de la investigación comprueban la hipótesis de que el uso de estrategias heurísticas mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado “A” de educación secundaria de la Institución Educativa Emblemática Andrés de los Reyes de Huaral, esto indica que la enseñanza a los estudiantes a resolver problemas haciendo uso de estrategias heurísticas se logra mejores niveles de desarrollo de competencias matemáticas.

Este resultado guarda similitud con los encontrados por Cárdenas y Gonzales (2016) quienes en su investigación realizada con los educandos del octavo ciclo del Instituto “Francisco José de Caldas” de Colombia, encontraron que implementar la estrategia del Método Polya, sirve como elemento integrador de las cuatro fases de resolución de problemas, permitiendo a los educandos, interpretar, buscar y ejecutar estrategias para resolver problemas, respetando el ritmo particular de aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

Del mismo modo, el resultado encontrado en la presente investigación coincide con los hallados hechos por Ruíz (2017) quien también en su investigación realizada sobre las estrategias heurísticas y la resolución de problemas en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa N° 6094 “Santa Rosa”, llegó a la conclusión que las estrategias heurísticas tienen una relación significativa con la resolución de problemas matemáticos.

Así mismo el resultado del presente estudio coincide con los hallazgos de Gora (2018), quien, en su investigación realizada sobre el método heurístico en la resolución de problemas del área de matemática en la Institución Educativa Emblemática “Daniel Alcides Carrión” de Pasco, llegó a la conclusión que el método heurístico influye de manera significativa en la resolución de problemas de matemática.

Como puede observarse los resultados de las diferentes investigaciones nacionales e internacionales coinciden en demostrar que, el uso de estrategias heurísticas mejora de manera significativa el desarrollo de las competencias matemáticas.

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 Conclusiones

El resultado del estudio nos permite llegar a las siguientes conclusiones:

**PRIMERA:** Se encontró que con respecto al desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado “A” de educación secundaria, se mejoró significativamente; puesto que en el pretest el 43,3 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio; pero en el postest el 00,0 % se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el postest se incrementó a un 26,7 %.

Así mismo, se encontró que el uso de estrategias heurísticas mejoró significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes, esto se evidencia en los resultados de la prueba de rangos de Wilcoxon, en la que se encontró que el  $p\text{-valor}=\text{Sig. Asintótica (bilateral)}=0.00$  resultó menor que el nivel de significancia de 0,05.

**SEGUNDA:** Con respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad, los estudiantes del tercer grado “A” de educación secundaria, mejoraron significativamente; puesto que en el pretest el 53,3 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio; pero en el postest solo el 13,3 % se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el postest se incrementó a un 66,7 %.

Así mismo, se encontró que el uso de estrategias heurísticas mejoró significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes, esto se evidencia en los resultados de la prueba de rangos de Wilcoxon, en la que se encontró que el  $p\text{-valor}=\text{Sig. Asintótica (bilateral)}=0.00$  resultó menor que el nivel de significancia de 0,05.

**TERCERA:** Con respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, los estudiantes del tercer grado “A” de educación

secundaria, mejoraron significativamente; puesto que en el pretest el 10,0 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio; pero en el posttest solo el 6,0 % se ubicaron en este nivel; así mismo se encontró que en el pretest el 10,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el posttest se incrementó a un 33,3 %.

Así mismo, se encontró que el uso de estrategias heurísticas mejoró significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes, esto se evidencia en los resultados de la prueba de rangos de Wilcoxon, en la que se encontró que el  $p\text{-valor}=\text{Sig. Asintótica (bilateral)}=0.02$  resultó menor que el nivel de significancia de 0,05.

**CUARTA:** Con respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, los estudiantes del tercer grado “A” de educación secundaria, mejoraron significativamente; puesto que en el pretest el 46,7 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio; pero en el posttest se redujo a solo un 6,0 %; así mismo se encontró que en el pretest el 00,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el posttest se incrementó a un 30,0 %.

Así mismo, se encontró que el uso de estrategias heurísticas mejoró significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes, esto se evidencia en los resultados de la prueba de rangos de Wilcoxon, en la que se encontró que el  $p\text{-valor}=\text{Sig. Asintótica (bilateral)}=0.00$  resultó menor que el nivel de significancia de 0,05.

**QUINTA:** Con respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre, los estudiantes del tercer grado “A” de educación secundaria, mejoraron significativamente; puesto que en el pretest el 6,7 % de los estudiantes se encontraban en un nivel de inicio; pero en el posttest se redujo a un 0,0 %; así mismo se encontró que en el pretest el 10,0 % se hallaban en un nivel de logro destacado, pero en el posttest se incrementó a un 66,7 %.

Así mismo, se encontró que el uso de estrategias heurísticas mejoró significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del tercer grado “A” de secundaria de la I.E. Andrés de los Reyes, esto se

evidencia en los resultados de la prueba de rangos de Wilcoxon, en la que se encontró que el p-valor=Sig. Asintótica (bilateral)=0.00 resultó menor que el nivel de significancia de 0,05.

## **6.2 Recomendaciones**

**Primera:** Elaborar un diagnóstico respecto al nivel de conocimiento y manejo de estrategias heurísticas que poseen los maestros del área de matemática, pertenecientes a la Institución Educativa Emblemática “Andrés de los Reyes” de Huaral.

**Segunda:** Fomentar que los docentes del área de matemática apliquen el uso de estrategias heurísticas en la resolución de problemas y que estén contenidas dentro de su programación anual y sesiones de aprendizaje.

**Tercera:** La dirección debe organizar “talleres de capacitación docente” en resolución de problemas matemáticos, mediante el uso de la creatividad y el pensamiento lateral o divergente.

## REFERENCIAS

### 7.1. Fuentes bibliográficas

Aguilar, B (2014) “Resolución de problemas matemáticos con el método de Polya mediante el uso de GeoGebra en primer grado de secundaria” tesis para obtener el grado de Maestría en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza Aprendizaje, en el pedagógico de Monterrey, México.

Alvarado, M. (2018) “Resolución de problemas matemáticos mediante la aplicación del método de Polya, para mejorar el razonamiento lógico matemático” estudio realizado para obtener el título y grado académico de Licenciado en la enseñanza de matemática y física, en la Universidad Rafael Landívar de Guatemala.

Alfaro, C. (2006) Las ideas de Polya en la Resolución de problemas. Cuadernos de investigación y formación en Educación matemática. Año 1, número 1.

Arias, F. (2012) El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica. Editorial Episteme. 6ta Edición. Caracas Venezuela.

Boscán, M & Montero, K. (2012) Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Escenarios. Vol. 10, N° 2. p. 7 -19.

Cárdenas. & Gonzales, D. (2016) “Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del instituto Francisco José de Caldas” trabajo académico para obtener el grado académico de Maestría en Educación con Énfasis en Informática de la Universidad Libre de Colombia.

Cocinero, P. (2015)” Método Heurístico y su incidencia en el aprendizaje del algebra” estudio realizado en el grado de quinto Bachillerato en Educación, sección “B” del instituto Normal para Varones de Occidente, departamento de Quetzaltenango,

Guatemala, para conferírsele el grado de licenciado en la enseñanza de matemática y física en la Universidad Rafael Landívar, Guatemala

Cerda, S. (2014) “Impacto de la resolución de problemas en el rendimiento académico en matemáticas” tesis como requisito para obtener el grado de maestría en la Universidad Autónoma de Nuevo León, México.

Carrera, J. (2018) “Gestión de estrategias heurísticas para la resolución de problemas de matemática en la institución educativa Fidel Zarate Plascencia, trabajo académico para optar el título profesional de Segunda Especialidad Escolar con Liderazgo Pedagógico, en la Universidad San Ignacio de Loyola, Lima- Perú

Chaiña, I (2018) Estrategias didácticas de docente en el logro de los aprendizajes de los estudiantes de arquitectura y unidad habitable UNA Puno. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad nacional del Altiplano. Puno, Perú.

Coanqui, H. (2018) Estrategias Heurísticas para la resolución de situaciones problemáticas en los estudiantes del cuarto grado, ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa Santa Adriana de la ciudad de Juliaca- Puno 2017” tesis para optar por Segunda Especialidad en Educación de Adultos, de la universidad Nacional San Agustín de Arequipa.

Courant, R & Robbins, H. (2010) ¿Qué es la matemática? Una exposición elemental de sus ideas y métodos. Obtenido de: <https://www.cimat.mx/-gil/docencia/2010/elementales/que-es-la-matemática.pdf>

Gora, C. (2018) “El método heurístico en la resolución de problemas del área de matemática en los estudiantes de la institución educativa emblemática Daniel Alcides Carrión, Pasco, para obtener el grado de Maestría en Psicología Educativa en la Universidad Cesar Vallejo. Perú.

Laguna & Rodríguez, S. (2019) “El método heurístico de Polya para mejorar capacidad de resolución de problemas en el área Matemática de educación secundaria, tesis para

optar por el grado académico de Licenciado en Educación Secundaria, con Mención en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Trujillo, Perú.

Ruiz, F. (2017) "Las estrategias heurísticas y la resolución de problemas de los estudiantes del tercer año de secundaria de la I.E. N°6094 Santa Rosa, Chorrillos- Lima, 2016, tesis para optar por el grado académico de Magister en Educación con Mención en Docencia y Gestión Educativa de la Universidad Cesar Vallejo, Lima-Perú.

Díaz, F & Hernández, G. (2010) Estrategia docente para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. (3era ed.) México, Mc.Graw – Hill.

Hernández, S; Fernández, R. & Baptista, P. (1997) Metodología de la investigación. Mc. Graw Hill. México.

Hernández, S; Fernández, R. & Baptista, P. (2010) Metodología de la investigación. Mc. Graw Hill. México.

Isoda, M. & Olfos, R. (2009) El Enfoque de Resolución de Problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Ediciones Universitarias de Valparaiso. Chile.

Mallart, J. (2005) Didáctica: Concepto, objeto y finalidades. Telemática Educativa de Catalunya. Barcelona, España.

Mendoza, L. (2015) Estrategias heurísticas para incrementar la capacidad de resolución de problemas en alumnos de educación secundaria. Universidad Nacional de Trujillo. Trujillo, Perú.

MINEDU (2018) Los procesos didácticos de Matemática en aula. Currículo Nacional. Asistencia técnica. Lima, Perú

MINEDU (2013) Rutas del aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos.

MINEDU (2015) ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Rutas del Aprendizaje VII Ciclo. Área Curricular Matemática. 3º, 4º y 5º grados de Educación Secundaria. Lima, Perú.

MINEDU (2019) Evaluación Censal de Estudiantes. Lima provincias. ¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes? Lima, Perú.

OCDE (2007) El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve. México.

Ochoa, J. (1994) John Dewey: Filosofía y exigencias de la Educación. Revista Educación y Pedagogía. N° 12 y 13. Universidad de Antioquia. Colombia.

Rojas, O; Cruz, M; Escalona, M; Estrada, M. & Sánchez, J. (2012) El principio heurístico de la visualización y su carácter rector para la enseñanza – aprendizaje de la geometría del espacio. Universidad de Ciencias Pedagógica “José de la Luz y Caballero”. Cuba.

Salvador, A & Molero, M, (2016) Resolución de problemas. Estrategias Heurísticas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid, España.

Sánchez, M. (1995) Desarrollo de habilidades del pensamiento. Creatividad. México.

Sánchez, H. & Reyes, C. (2009). Metodología y diseños en la investigación científica. Lima: Visión Universitaria.

Santillana (2015) Técnicas de evaluación. Quito, Ecuador.

## **7.2. Fuentes electrónicas**

Mineducación (2017) Banco de heurísticas para resolver problemas matemáticos. Colombia. Obtenido en:  
[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/banco\\_de\\_heurísticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/banco_de_heurísticas.pdf)

## ANEXOS

### PRUEBA DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS (PRETEST-POSTEST)

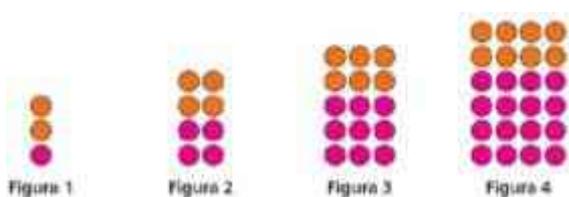
Alumno (a): .....

Grado:..... Sección: .....

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes problemas, aplicando diversas estrategias heurísticas

#### COMPETENCIA 1: RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD

**PROBLEMA 01:** En la siguiente sucesión de figuras, ¿encuentre el número de esferas que se encuentran en la figura 30?



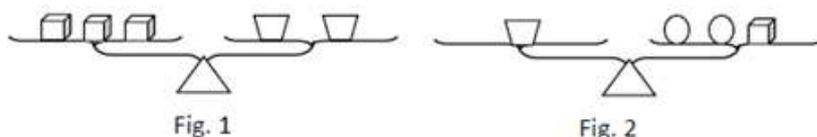
**PROBLEMA 02:** Carlos tiene que pagar una deuda de 600 soles y para ello utiliza 39 billetes, algunos son de 20 soles y otros de 10 soles. ¿cuantos billetes son de 20 soles?

**PROBLEMA 03:** Un comerciante compra polos de algodón a razón de 5 polos por S/.48 y se venden a razón de 9 polos por S/.100 ¿Cuántos polos se vendieron si la ganancia total fue de S/. 204?

#### COMPETENCIA 2: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

**PROBLEMA 04:** Un libro de comunicación y uno de matemática cuestan en total S/. 112, además se sabe que tres libros de matemática cuestan lo mismo que cuatro libros de comunicación. ¿Cuánto costará un libro de comunicación?

**PROBLEMA 05:** En las balanzas mostradas, tres dados pesan lo mismo que dos vasos (fig.1), mientras que el peso de un vaso es igual al de un dado y dos canicas juntas (fig.2). ¿Cuántas canicas se necesitan para equilibrar el peso de un dado?

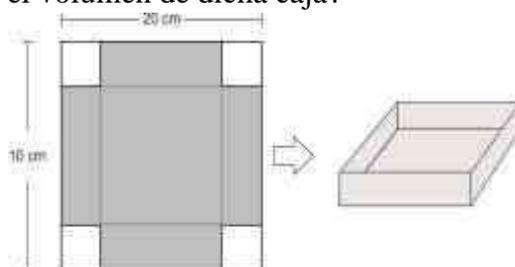


**PROBLEMA 06:** Andrés tiene su chacra en Aucallama, él observa que por cada “x” árboles de manzano que siembra, cada planta produce  $(50 - x)$  manzanas. Determine el número de manzanos que deberá plantar, como mínimo, para que en la próxima cosecha supere los 600 frutos.

### COMPETENCIA 3: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

**PROBLEMA 07:** Germán siembra un sétimo de su terreno con naranjas y la mitad del resto con algodón. Si permanecen sin cultivar 1 500 m<sup>2</sup>, ¿cuál es el área del terreno?

**PROBLEMA 08:** Se tiene una hoja rectangular de 20 cm de largo por 10 cm de ancho. Si de cada esquina se cortan cuadrados de 2 cm de lado para formar una caja abierta (ver gráfico) ¿Cuál es el volumen de dicha caja?



**PROBLEMA 09:** Un árbol presenta una sombra de 15,3 m de largo; al mismo tiempo, una pequeña estaca cercana que mide 0,8 m proyecta una sombra de 2,4 m. ¿Qué altura tiene el árbol?

### COMPETENCIA 4: RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE

**PROBLEMA 10:** Se entrevistó a 40 jóvenes para conocer cuánto dinero gastan mensualmente en transporte. Estos fueron los resultados. De la información proporcionada obtener la media aritmética.

Monto (soles)	Cantidad de jóvenes
5	14
8	10
10	12
40	4

**PROBLEMA 11:** En un aula hay 10 damas y 30 varones. Si la quinta parte de las damas y la décima parte de los varones usan lentes, ¿cuál es la probabilidad de elegir una persona que no usa lentes?

**PROBLEMA 12:**

Eulogio lanza al aire una moneda 3 veces en forma consecutivas, calcule:

- La probabilidad de obtener 2 caras y un sello
- La probabilidad de obtener por lo menos dos caras

## BASE DE DATOS

N	Grupo	Pre test de desarrollo de competencias matemáticas																				ST2	v2
		Resuelve problemas de cantidad					Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio					Resuelve problemas de forma, movimiento y localización					Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre						
		1	2	3	S1	D1	4	5	6	S2	D2	7	8	9	S3	D3	10	11	12	S4	D4		
1	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
2	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
3	Experimental	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	7	Inicio
4	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	15	Logro esperado
5	Experimental	0	1	0	7	Inicio	0	0	0	0	Inicio	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	7	Inicio
6	Experimental	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	0	7	Inicio	1	0	1	13	Proceso	12	Proceso
7	Experimental	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	0	0	1	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	10	Inicio
8	Experimental	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	10	Inicio
9	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	0	1	13	Proceso	0	0	1	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	10	Inicio
10	Experimental	0	1	1	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
11	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	13	Proceso
12	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
13	Experimental	0	0	1	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	8	Inicio
14	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	13	Proceso
15	Experimental	0	1	0	7	Inicio	0	0	0	0	Inicio	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	7	Inicio
16	Experimental	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	0	1	7	Inicio	8	Inicio
17	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
18	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
19	Experimental	0	0	1	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	8	Inicio
20	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	13	Proceso
21	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	15	Logro esperado
22	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
23	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
24	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	13	Proceso
25	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
26	Experimental	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	7	Inicio
27	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	15	Logro esperado
28	Experimental	0	1	0	7	Inicio	0	0	0	0	Inicio	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	7	Inicio
29	Experimental	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	0	1	7	Inicio	8	Inicio
30	Experimental	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	7	Inicio

N	Grupo	Post test de desarrollo de competencias matemáticas																				ST2	v2
		Resuelve problemas de cantidad					Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio					Resuelve problemas de forma, movimiento y localización					Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre						
		1	2	3	S1	D1	4	5	6	S2	D2	7	8	9	S3	D3	10	11	12	S4	D4		
1	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
2	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	18	Logro destacado
3	Experimental	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	12	Proceso
4	Experimental	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	18	Logro destacado
5	Experimental	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	13	Proceso
6	Experimental	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
7	Experimental	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	1	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	15	Logro esperado
8	Experimental	1	0	0	7	Inicio	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	13	Proceso
9	Experimental	0	1	0	7	Inicio	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	1	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	13	Proceso
10	Experimental	0	1	1	13	Proceso	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
11	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	18	Logro destacado
12	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
13	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
14	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	18	Logro destacado
15	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	0	7	Inicio	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	15	Logro esperado
16	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
17	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	20	Logro destacado
18	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
19	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	17	Logro esperado
20	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	18	Logro destacado
21	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	18	Logro destacado
22	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	15	Logro esperado
23	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	20	Logro destacado
24	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	17	Logro esperado
25	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	15	Logro esperado
26	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	0	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	0	1	1	13	Proceso	12	Proceso
27	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	1	13	Proceso	0	1	1	13	Proceso	17	Logro esperado
28	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	0	0	7	Inicio	0	1	0	7	Inicio	1	1	1	20	Logro destacado	14	Proceso
29	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	1	13	Proceso	1	0	1	13	Proceso	17	Logro esperado
30	Experimental	1	1	1	20	Logro destacado	0	1	1	13	Proceso	0	0	0	0	Inicio	1	1	0	13	Proceso	12	Proceso

---

**Dr. Filmo Eulogio Retuerto Bustamante**  
**ASESOR**

---

**Dr. Daniel Cristobal Andrade Girón**  
**PRESIDENTE**

---

**Dr. Edgar Tito Susanibar Ramírez**  
**SECRETARIO**

---

**M(o). César Wilfredo Vásquez Trejo**  
**VOCAL**