



## **Análisis y diseño de materiales didácticos para la enseñanza de matemática con código del Perú antiguo**

### **Analysis and design of teaching materials for teaching mathematics with code ancient Peru**

Ricardo Vílchez Chumacero<sup>1</sup>

#### **RESUMEN**

**Objetivo:** Determinar la correlación de la usabilidad, análisis y evaluación de los materiales didácticos: yupana, quipu y tocapu, para la enseñanza de matemática, en una muestra de profesores de educación primaria. **Materiales y Métodos:** El instrumento utilizado en el estudio de campo es el Cuestionario Análisis, Diseño y Evaluación de Materiales Didácticos (ADEMD) aplicándosele un juicio de expertos obteniéndose un coeficiente de validez es aceptable (85,7%). El Alfa de Cronbach es elevado y sumamente confiable (0,995). **Resultados:** Prácticamente la mayoría de docentes (98,5%) tienen puntuaciones entre 100 y 137 puntos en cuestionario. La media es 119,37. La categoría que más se repitió es 126 (Totalmente de acuerdo). Cincuenta por ciento de los profesores está por encima de 120 y el restante 50% se sitúa por debajo de este valor (mediana). La prueba estadística paramétrica utilizada es el Coeficiente de correlación de Pearson, se calculó a partir de las puntuaciones obtenidas en una muestra de 67 profesores de primaria, las variables del estudio son: usabilidad, análisis y evaluación. **Conclusiones:** En las correlaciones se aceptaron las hipótesis de investigación con probabilidad de error es del 1%. Obteniéndose la correlación entre la usabilidad y el análisis de las actividades con el material propuesto es positiva media ( $r=0,58$  y es significativa). La correlación entre la usabilidad y el puntaje de la evaluación del material propuesto es positiva media ( $r=0,604$  y es significativa). La correlación entre el análisis de las actividades y el puntaje de la evaluación del material propuesto es considerable y positiva ( $r=0,821$  y es significativa).

**Palabras clave:** yupana, quipu, tocapu, material didáctico, matemática.

#### **ABSTRACT**

**Objective:** To determine the correlation of usability, analysis and evaluation models teaching materials: yupana, quipu and tocapu for teaching math in a sample of primary school teachers. **Materials and Methods:** The instrument used in the field study is the Questionnaire Analysis, Design and Evaluation of Instructional Materials (ADEMD) subject to the application of expert judgment to give a validity coefficient is acceptable (85.7%). Cronbach's alpha is high and highly reliable (0.995).

<sup>1</sup> Facultad de Pesquería.



**Results:** Almost the majority of teachers (98.5%) have scores between 100 and 137 points in the questionnaire. The mean is 119.37. The category that is repeated 126 (Strongly Agree). Fifty percent of the teachers is above DE120 and the remaining 50% is below this value (median). Parametric statistical test used is the Pearson correlation coefficient was calculated from the scores obtained in a sample of 67 elementary school teachers, the study variables are: usability, analysis and evaluation. **Conclusions:** Correlations research hypotheses were accepted with probability of error is 1%. Obtaining the correlation between usability and analysis of activities with the proposed material is positivamedia ( $r = 0.58$  is significant). The correlation between usability and score of the evaluation of the proposed material is positive mean ( $r = 0.604$  and is significant). The correlation between the analysis of the activities and the score of the evaluation of the proposed material is significant and positive ( $r = 0.821$  and is significant).  
**Keywords:** yupana, quipu, tocapu, teaching materials, mathematics.

## INTRODUCCIÓN

En el 2010, Rivas sostiene que el termino yupana es un vocablo Quechua que deriva del verbo yupay que significa contar. Por otra parte en el 2011, Espinoza definió la yupana como un tablero rectangular de cálculo de los matemáticos andinos, quienes se colocaban en la parte más alta de la tabla, al lado de los casilleros con más círculos para evitar movimientos innecesariamente largos. Es por ello que en el 2007 Laurencich&Rossi mencionan las yupanas en forma de damero son un instrumento y un sistema de escritura al mismo tiempo. Piedrecitas de colores distintos las unidades (blancas), las decenas (negras, las centenas (rosadas), los miles (verdes), los diez y miles (rojas). Por consiguiente Christie (2005) considera que primero la yupana servía como instrumento de calcular la cantidad de cualesquiera objetos, productos o personas y después de total era traducido y registrado en el quipu. Guaman Poma (2011) explica que el contador incahacia cuentas de manera similar como hacen en tablas numerales, pudiendo contar cifras como cien mil, diez mil, ciento y diez hasta llegar a uno. Por otra parte en el 2009, Ruiz, sostuvo que la yupana es una especie de tetractis de valor 11, ( $1+2+3+5=11$ ), es una construcción numérica netamente prima (1, 2, 3, 5 y 11 son números primos). La serie de 1, 1, 2, 3, 5 es también considerada como la serie básica de Fibonacci.

Los quipus son estudiados por Pease (1999) expresó que los quipus son descritos como un recurso mnemotécnico que consta de una serie de cuerdas provistas de nudos. En una cuerda principal y horizontal se fijaban varias cuerdas verticales, de las que se podía colgar otras cuerdas auxiliares o secundarias. Su grosor varía también respectivamente. También había cuerdas superiores que podían estar provistas de cuerdas laterales. Estas se podían diferenciar asimismo por los colores. Por otra parte Laurencich&Rossi (2007) señalan que con la yupana la resta y la suma resultaban muy fáciles porque, al levantarla por la base, parece un quipu con muchos cordeles en el cual las casillas de la tabla corresponden a cordeles colgantes y las piedrecillas de variados colores y formas, a los nudos; de hecho, como en el quipu, el cero es un cordel sin nudos, del mismo modo en la casilla queda vacía. Precisamente lo mismo es con la multiplicación, cuyos expertos eran los quipucamayoc. Por consiguiente Burns(2002) menciona los quipus constan de un cordón o cuerda principal retorcida que termina en nudo sujetador del retorcido, con atados que suelen ser llamados colgantes; los hilos colgantes eran de dos o tres cabos y variaban en longitud y en número de pocos a muchos; la dirección de los colgantes era hacia abajo, hay ejemplares con



cuerdas aisladas dispuestas hacia arriba; los hilos y cuerdas colgantes pueden o no tener atadas a ellos subhilos que suelen ser denominados cuerdas subsidiarias, la distribución de las cuerdas colgantes es toda la extensión de la cuerda principal, muy unidas entre sí, a veces separadas por pequeñas distancias. En este sentido se comprende la descripción de los quipus de contabilidad de Laurencich (2009) quien tiene en cuenta la dirección de los nudos convierte el quipu en un registro por partida doble; la torsión de cada una de las cuerdecillas indicaba el estado de las mercancías registradas; el indicador de clase colocado al final de la cuerda maestra, permite asignar al quipu a su clase de pertenencia; la posibilidad de otorgar a los nudos sobre los que se aplican nudos de colores, unos valores que de lo contrario los daría su posición.

Pease (1999) define la palabra tocapu como rectángulos provistos de figuras geométricas que se resaltan por medio de colores contrastantes y que se hallan también en diversas vasijas y queros. El único tocapu cuyo significado está más o menos identificado, es el que reproduce el unco con el motivo de damero. Este unco era portado por los aliados y era el vestido de los rangos altos del ejército inca, con lo que se podría decir que significaba conquista. Otro tocapu es el de "la llave" por la forma del motivo geométrico que ostenta. Suele aparecer aislado y solamente con su yanantin en la parte superior del unco. La parte inferior del mismo está cubierta con bandas de color marrón. Este tipo de unco está relacionado con la administración y las bandas probablemente representen las terrazas de cultivo. Debe señalarse que Laurencich (2009) indica que los tocapus, eran una clara forma de escritura ideográfica de la que se tenía un recuerdo bien claro, aunque no existiese una versión unificada. Los tocapus resultan una forma de escritura de carácter sagrado con grandes posibilidades: de hecho era una escritura muy flexible, que incluía una amplia gama de valores de lo sagrado y de sagradas relaciones para el hombre e, incluso más, no estaba estrechamente vinculada a la lengua quechua como los capacquipus con sus respectivos ticcisimis sino que la podían leer quienes no hablaban esa lengua tomando así un carácter interactivo.

El presente estudio trata de la aplicación de material lúdico manipulativo usando código del Perú antiguo (yupana, quipu y tocapu) para la enseñanza de matemática bajo tres variables (usabilidad, análisis y evaluación), desarrollando un estudio correlacional para comprobar sus efectos en una muestra de docentes de Educación Primaria. Los materiales aportados representan una innovación en la metodología de la enseñanza de matemática. Con ello se verá incrementada la calidad de la educación.

El objetivo es analizar la utilidad de los materiales didácticos lúdicos manipulativos (yupana, quipu, tocapu) para la enseñanza de matemática, en una muestra de docentes de educación primaria empleando el Cuestionario (ADEMD), en tres instituciones educativas del distrito de Huacho.

## **MATERIAL Y MÉTODOS**

### **Diseño y desarrollo de la investigación**

El modelo de investigación es de carácter experimental. Los materiales didácticos utilizados se denominan yupana, quipu y tocapu, son un material de apoyo en la fase intuitiva concreta del proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática, que facilita la formación de conceptos relacionados con el valor posicional de la cifras en la escritura de los números, relaciones y operaciones aritméticas. La yupana, quipu y tocapu, es aplicable tanto para niños de procedencia rural como urbana. Su construcción es simple, pudiendo confeccionarse en microporoso, papel, cartón, triplay, madera, arcilla, piedrecitas, granos para yupana y tocapus. En los quipus se pueden utilizar sogas, cuerdas, drizas y cordones.

Se diseñó, construyó y enseñó el manejo de los materiales didácticos yupana, quipu y tocapu a una muestra de docentes de primaria, correspondientes a tres Instituciones Educativas. Cabe señalar que se realizó la medición de la usabilidad, análisis y evaluación de la yupana, quipu y tocapu a los docentes mediante el instrumento ADEDM, de valoración



cuantitativa, se aplica después de que un docente ha tenido la oportunidad de utilizar un material didáctico propuesto.

## **Población y muestra**

Lapoblación estuvo constituida por profesores de tres Instituciones Educativas estatales del Distrito de Huacho, Provincia de Huaura. Estas son las instituciones educativas Julio C. Tello, Mercedes Indacochea y José Mc Namara. La muestra de los casos investigados estará formada por 67 docentes de Educación Primaria de tres Instituciones Educativas.

La muestra es de carácter no probabilístico y no aleatoria, ya que tanto la elección de los profesores fue de tipo voluntario. Las instituciones educativas elegidas para realizar la presente investigación presentan la característica común de que son estatales de la ciudad de Huacho.

## **Cuestionario ADEMD.**

Su propósito era proporcionar un test fácil de completar, contiene 28 preguntas, fácil de puntuar y que permitiera establecer correlaciones cruzadas entre las variables: usabilidad del material didáctico (8), análisis de las actividades realizadas con el material didáctico (10) y evaluación del material didáctico (10).

La validez se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir. La validez de expertos se refiere al grado en que aparentemente un instrumento de medición mide la variable en cuestión, de acuerdo con expertos en el tema. (Hernandez, Fernandez, & Baptista, 2010). El instrumento utilizado y la información obtenida fue validada por el juicio de expertos (5) su opinión sobre diferentes aspectos y los resultados se muestran a continuación:

TA = 30 (Totalmente de acuerdo)

TD = 5 (Totalmente en desacuerdo)

$$\text{Validez} = \frac{TA}{TA + TD} * 100 = 85,7\%$$

Es un coeficiente de validez aceptable.

Confiabilidad es el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes. Actualmente el coeficiente Alfa de Cronbach es a estadística preferida para obtener una medida de confiabilidad. (Hernandez et al., 2010). El instrumento ADEMD consta de 28 preguntas y se realizó la encuesta a 20 docentes de educación primaria de los colegios seleccionados. Se obtuvo un valor Alfa de Cronbach de 0,995, que es elevado, lo que significa que la medida de la usabilidad con el instrumento ADEMD es sumamente confiable.

## **Análisis e interpretación de los datos**

El análisis de los datos se trabajó de acuerdo con los siguientes procedimientos: ordenar y revisar el material recogido con el instrumento ADEMD; recoger y analizar los datos codificándolos con el programa informático SPSS 20 y Microsoft Excel; explicar las pruebas estadísticas que correspondan: análisis de fiabilidad y coeficiente de correlación de Pearson e interpretar los datos en función de las hipótesis de investigación.

## **Material Didáctico Yupana**

El modelo de yupana elegido como material didáctico, es el modelo Radicati, es un modelo sencillo puede realizar sumas de hasta 5 cifras, fácil de implementar y se adapta a los contenidos curriculares de matemática de primaria.

La yupana es un material de apoyo en la fase intuitivo concreta del proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática, que facilita la formación de conceptos relacionados con el valor posicional de las cifras en la escritura de los números, relaciones y operaciones numéricas

fundamentales. Es un tablero rectangular de 0,25 m de largo, 0,20 m de anchoy 0.007 m de espesor, de diferentes colores, con 20 casillas (0,05 x 0,05 m), cada casilla con agujeros circulares (0,0127 m de diámetro). El número de agujeros se basa en la Figura 1. Se utilizó cada alumno en su carpeta. Se construyó de Etileno Vinil Acetato (microporoso) que es un polímero tipo termoplástico.

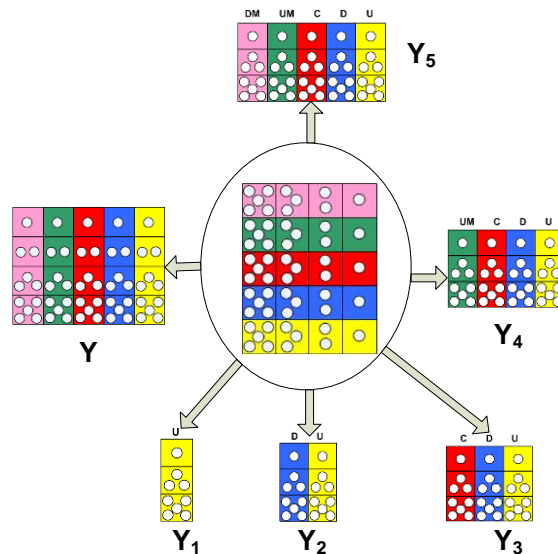


Figura 1. Modelos del material didáctico yupana

### Material Didáctico Quipu

El modelo de quipu elegido como material didáctico, es el quipu de contabilidad, fácil de implementar y se adapta a los contenidos curriculares de matemática de primaria.

El quipu es un material de apoyo en Interpretar, codificar y representar números naturales de dos, tres y cuatro dígitos. Los quipus podrían dar lugar a un proceso de aprendizaje significativo. Se utilizó Driza de 0,0374m de diámetro (cordón escolar) de Polipropileno Multifilamento 1,10 ma 2,0 m de largo de diferentes colores, con nudos simples, dobles (unidades) y compuestos (decenas, centenas y millares).

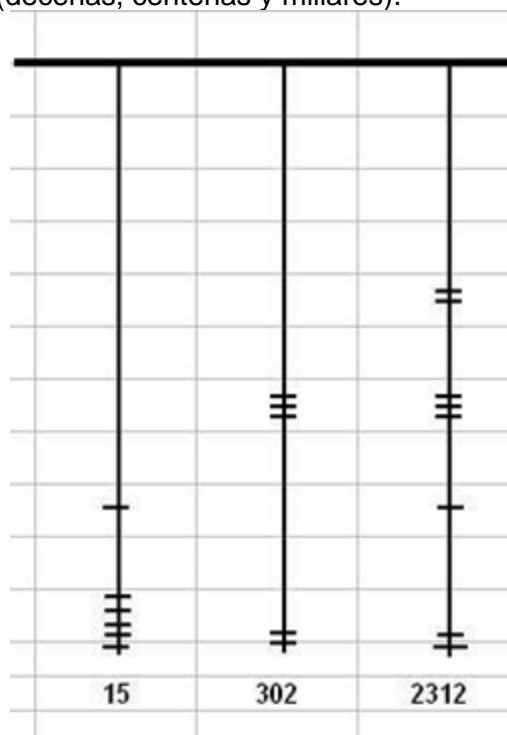


Figura 2. Modelos del material didáctico Quipu

### Material Didáctico Tocapu

El modelo de tocapu elegido como material didáctico, es el unco Dumbarton Oaks, Washington, porque los tocapus pueden contener figuras geométricas sencillas, fácil de implementar y se adapta a los contenidos curriculares de matemática de primaria.

El tocapu es un material de apoyo en la fase intuitivo concreta del proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática, que facilita percibir las variaciones de forma en figuras obtenidas a través de combinaciones de figuras simples y construir y transformar figuras con mosaicos de formas diversas. Es un tablero cuadrado de 0,20 de lado y 0.007 m de espesor, de diferentes colores, cada figura geométrica depende del tipo de tocapu. Esta construido en Etileno Vinil Acetato (EVA).

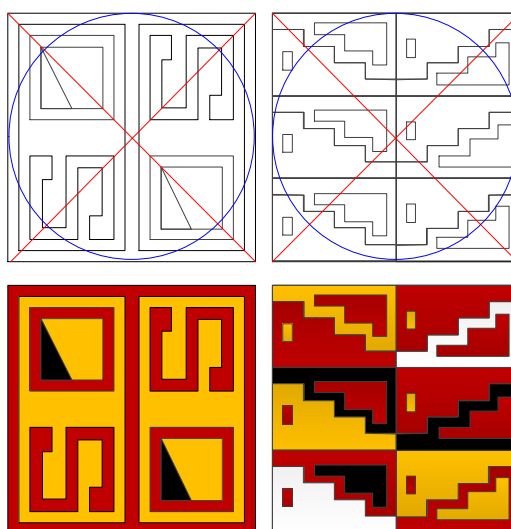


Figura 3. Modelos del material didáctico Tocapu

## RESULTADOS

Se realizó un análisis cualitativo de la usabilidad de los materiales didácticos propuestos, de opiniones de los profesores de aula, con los datos obtenidos de las reuniones de los grupos focales aplicadas a los profesores de las Instituciones Educativas utilizando el instrumento ADEMD. Se tiene tres hipótesis de investigación para la determinación de la correlación de las variables: usabilidad, análisis y evaluación de los materiales didácticos para la enseñanza de matemático utilizando código del Perú antiguo.

Para realizar el análisis de las opiniones de los docentes de las tres instituciones educativas, previamente se presentó los materiales didácticos propuestos con el objeto de aprender su funcionamiento, se dejan cinco minutos para que lo practiquen. A continuación se les toma el ADEMD.

### Estadística descriptiva

Prácticamente la mayoría de docentes (98,5%) tienen valores entre 100 y 137 puntos en el Cuestionario ADEMD. La media es 119,37.

La escala Likert es, en sentido estricto una medición ordinal; sin embargo, es común que se trabaje como si fuera intervalo. Creswell (2005) citado por Hernandez et al. (2010) señala que debe considerarse en un nivel de medición por intervalos porque ha sido probada en múltiples ocasiones.

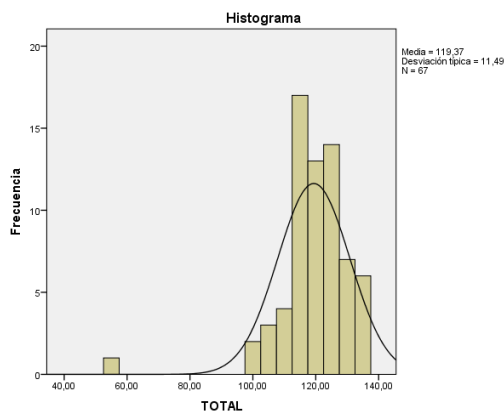


Figura 4. Descripción del Grupo de docentes por puntuación del Test ADEMD

Se obtuvieron los siguientes resultados: media 119,37; mediana 120,0; moda 126,0; desviación Típica: 11,49; puntuación más alta observada 137; puntuación más baja observada 55 y rango = 82,0. Es una distribución asimétrica negativa, la media es el menor valor de los tres y la mediana es inferior a la moda pero mayor que la media.

La mayoría de profesores estuvieron de acuerdo con el uso de materiales didácticos para la enseñanza de matemática con código de Perú antiguo. La categoría que más se repitió es 126 (Totalmente de acuerdo). Cincuenta por ciento de los profesores está por encima del valor 120 y el restante 50% se sitúa por debajo de este valor (mediana). Asimismo, se desvían de 119,37, en promedio 11,49 unidades de la escala. Ningún profesor estuvo en completo desacuerdo en el uso de los materiales didácticos. Las puntuaciones tienden a ubicarse en valores medios o elevados.

### Análisis paramétrico

La prueba estadística paramétrica utilizada es el Coeficiente de Correlación de Pearson ( $r$ ) y significancia ( $s$ ).

**Hi(1):** A mayor usabilidad, mayor análisis de las actividades con el material propuesto.

Los resultados obtenidos:  $r = 0,585$  y  $s = 0,0001$ . Se acepta la hipótesis de investigación en el nivel del 0,01 (probabilidad de error es del 1%). La correlación entre la usabilidad y el análisis de las actividades con el material propuesto es positiva media.

**Hi(2):** A mayor usabilidad, mayor puntaje en la evaluación del material propuesto.

Los resultados obtenidos:  $r = 0,604$  y  $s = 0,0001$ . Se acepta la hipótesis de investigación en el nivel del 0,01 (probabilidad de error es del 1%). La correlación entre la usabilidad y el puntaje de la evaluación del material propuesto es positiva media.

**Hi(3):** A mayor análisis de las actividades realizadas con el material didáctico propuesto, mayor puntaje en la evaluación del material didáctico.

Los resultados obtenidos:  $r = 0,821$  y  $s = 0,0001$ . Se acepta la hipótesis de investigación en el nivel del 0,01 (probabilidad de error es del 1%). La correlación entre el análisis de las actividades realizadas con el material didáctico y el puntaje de la evaluación del material propuesto es considerable y positiva.

### DISCUSIÓN

De los modelos de yupana objeto de este estudio se escogió el modelo Radicati (Radicati, 1990) porque aproxima al alumno a los conceptos matemáticos y también facilita en los alumnos estrategias de resolución de problemas. El quipu que fue empleado es el Modelo Quipu descrito por Burns (2002). En tocapu es tomado el unco Dumbarton Oaks.

Los profesores tienen una actitud favorable en la usabilidad, análisis y evaluación de los materiales didácticos para la enseñanza de matemática con código de Perú antiguo. La categoría que más se repitió es 126 (Totalmente de acuerdo). Cincuenta por ciento de los profesores está por encima del valor 120 y el restante 50% se sitúa por debajo de este valor



(mediana). Asimismo, se desvían de 119,37, en promedio 11,49 unidades de la escala. Es importante destacar la actitud favorable de los docentes en la usabilidad, análisis y evaluación de los materiales didácticos propuestos.

Estos resultados confirman a Chirinos (2010) la yupana tiene un valor pedagógico es un hecho que se ha demostrado en los talleres de capacitación de los años 2008 y 2009 donde participaron más de mil profesores indígenas y mestizos. Asimismo Chambi (2003) menciona que en Bolivia en regiones aymaras el quipu y la yupana subsisten como sistemas para llevar contabilidad, utilizan para los cálculos matemáticos, como auxiliares operativas. Holland (2007) indica que a través de los años un gran número de investigadores peruanos y extranjeros han tratado de encontrar el significado de los Tocapus (o dibujos encerrados dentro de rectángulos o cuadrados) que adornan las túnicas de los habitantes del Imperio Incaico.

Completamos y matizamos, no obstante, que el uso del material ha de ser consensuado por el equipo docente de profesores para definir cuál ha de ser la forma óptima de aplicación: grupos flexibles o individualizado. Se pueden usar el modelo Pereyra (1990) para grados superiores de primaria.

Aunque los objetivos de la investigación han sido cumplidos no se estudió el vector comercial del productos materiales didácticos yupana y tocapu, construidos en tableros de Etileno Vinil Acetato (microporoso), los quipus fueron construidos con driza de Polipropileno Multifilamento, que está relacionado con el empaque, la distribución, la comercialización, el punto de venta, la comunicación y la publicidad del producto, entre otros aspectos, puesto que excedía los límites del trabajo, sin embargo es un aspecto importante que puede dar continuidad a esta investigación.

En función de los argumentos esgrimidos en esta discusión, nos preguntamos: ¿es viable la aplicación del material didáctico yupana, quipu y tocapu en el funcionamiento ordinario de las clases de matemáticas?, ¿están abiertos los profesores a entrar en la dinámica de utilización de este material didáctico en sus clases?, ¿se podría generalizar la aplicación del material didáctico a una muestra más amplia de instituciones educativas y de grupos, teniendo en cuenta los resultados de esta investigación?

En las correlaciones y se aceptaron las hipótesis de investigación con probabilidad de error es del 1%. Obteniéndose la correlación entre la usabilidad y el análisis de las actividades con el material propuesto es positiva media ( $r=0,58$  y es significativa). La correlación entre la usabilidad y el puntaje de la evaluación del material propuesto es positiva media ( $r=0,604$  y es significativa). La correlación entre la análisis de las actividades y el puntaje de la evaluación del material propuesto es considerable y positiva ( $r=0,821$  y es significativa).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Burns, W. (2002). Decodificación de Quipus. Lima: Banco Central de Reserva del Peru. Universidad Alas Peruanas.
- Chambi, O. (2003). Sistemas contables en kipu y Yupana. En M. N. Folklore, Reunión Anual de Etnología (págs. 241-249). La Paz: Museo Nacional de Etnografía y Folklore.
- Chirinos, A. (2010). Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI. Lima: Comentarios SAC.
- Christie, J. (2005). Piedras talladas Inka y yupanas: Una posible esencia compartida. Andes. Boletín del Centro de Estudios Precolombinos de la Universidad de Varsovia. N° 7, 527.
- Espinosa Soriano, W. (2011). Los Incas. Economía y sociedad en la era del tahuantinsuyo. Lima: Amaru Editores.
- Guamán Poma de Ayala, P. (2011). Nueva Crónica y Buen Gobierno. Lima: Evisa.
- Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación. México D.F.: McGraw- Hill.
- Holland, A. (2007) Estudios y debates. Revista Andina N° 44, 60-61





- Laurencich Minelli, L., & Rossi, E. (2007). La yupana de la Nueva Corónica y las Yupanas de Exsul Immerítus Blas Valera Populo Suo ¿Ábaco y escritura inca o sincretismo jesuita? En L. Laurencich Minelli, Sublevando el Virreinato (págs. 375-422). Quito: Ediciones Abya-Yala.
- Laurencich, L. (2009). Exsul Inmeritus Bla Valera Populo Suo e Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum. Chachapoyas: CLUEB.
- Pease, F., Morris, C., Santillana, J., Matos, R., Carcedo, P., Arrellano, C., y otros. (1999). Los Incas. Arte y Símbolos. Lima: Banco de Crédito del Perú.
- Pereyra Sánchez, H. (1990). La Yupana, complemento operacional del quipu. En C. Mackey, Quipu y Yupana (págs. 235-255). Lima: Concytec.
- Radicati, C. (1990). Tableros de escaques en el Antiguo Perú. En C. Mackey, Quipu y Yupana. Colección de escritos (págs. 219-234). Lima: CONCYTEC.
- Rivas Oré, R. (2010). Yupana: Ábaco Inca. Boletín de Lima Vol XXXII, N° 160, 98-104.
- Ruiz, J. (2009). La delusión dialéctica. New York: Pan Books.