



Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática Aplicada

Modelo matemático para identificar el interés de los estudiantes en los grupos de trabajo colaborativo

Tesis
Para optar el Título Profesional de Licenciado (a) en Matemática Aplicada

Autora
Lindsay Risbel Bustamante Huasupoma

Asesor
Mo. Ronnel Edgar Bazan Bautista

Huacho – Perú
2025



Reconocimiento - No Comercial – Sin Derivadas - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Reconocimiento: Debe otorgar el crédito correspondiente, proporcionar un enlace a la licencia e indicar si se realizaron cambios. Puede hacerlo de cualquier manera razonable, pero no de ninguna manera que sugiera que el licenciante lo respalda a usted o su uso. **No Comercial:** No puede utilizar el material con fines comerciales. **Sin Derivadas:** Si remezcla, transforma o construye sobre el material, no puede distribuir el material modificado. **Sin restricciones adicionales:** No puede aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros de hacer cualquier cosa que permita la licencia.



UNIVERSIDAD NACIONAL JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN

LICENCIADA

(Resolución de Consejo Directivo N° 012-2020-SUNEDU/CD de fecha 27/01/2020)

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática Aplicada

METADATOS

DATOS DEL AUTOR (ES):		
APELLIDOS Y NOMBRES	DNI	FECHA DE SUSTENTACIÓN
Lindsay Risbel Bustamante Huasupoma	48187114	25/10/2024
DATOS DEL ASESOR:		
APELLIDOS Y NOMBRES	DNI	CÓDIGO ORCID
Mo. Ronnel Edgar Bazan Bautista	18010195	0000-0003-0349-6462
DATOS DE LOS MIEMBROS DE JURADOS – PREGRADO		
APELLIDOS Y NOMBRES	DNI	CÓDIGO ORCID
Dr. Carlos Roberto Pesante Rojas	17937958	0000-0003-4298-5541
Dr. Jorge Luis Rojas Paz	16698556	0000-0002-6077-4409
Mo. Enrique Fernando Tello Rodriguez	15759426	0000-0002-4120-0741

MODELO MATEMÁTICO PARA IDENTIFICAR EL INTERÉS DE LOS ESTUDIANTES EN LOS GRUPOS DE TRABAJO COLABORATIVO

ORIGINALITY REPORT

15%	14%	2%	9%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	Submitted to Universidad Manuela Beltrán Virtual Student Paper	1%
2	gc.scalahed.com Internet Source	1%
3	www.fedicaria.org Internet Source	1%
4	lehorasi.wordpress.com Internet Source	1%
5	Submitted to Systems Link Student Paper	1%
6	jrvguerrero.blogspot.com Internet Source	<1%
7	renati.sunedu.gob.pe Internet Source	<1%
8	Submitted to Institución Tecnológica Metropolitana de Medellín Student Paper	<1%

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mis honorables padres; Gonzalo Bustamante y Victoria Huasupoma, quienes impulsan en mis éxitos profesionales y Oran a cada segundo para enseñarme el camino correcto. A mis queridos hermanos Lady, Leyli, Lorena, Luis y Jimmy quienes me motivan constantemente a seguir logrando todas mis metas.

Agradecimientos

Agradezco a la Facultad de Ciencias en especial a la escuela profesional de Matemática Aplicada, a cada docente que con sus enseñanzas y ejemplo aportaron a mi formación profesional. También deseo agradecer a mi asesor de Tesis Mo. Edgar Bazán Bautista por su disponibilidad, confianza, participación y capacidad. Sin duda alguna ha sido un aporte, tanto como el desarrollo de mi tesis como también en mi alineación como investigador.

RESUMEN

Esta investigación se concreta dentro de las teorías del aprendizaje, donde se pretende elaborar un marco conceptual para los procesos y elementos que intervienen en la educación, con la finalidad de proporcionar a los docentes una herramienta para el seguimiento del interés de los estudiantes durante actividad educativa. En ese contexto, la socialización del aprendizaje se describe como la creación de lazos sociales en un cierto espacio de conocimiento que determinaron los objetivos del curso. En su dinámica y su relación intermedias con las entidades están determinadas por su interacción dialéctica.

El desarrollo tecnológico de la sociedad ha provocado en el sector educativo la búsqueda de nuevas metodologías educativas con la finalidad de mejorar y buscar estrategias en la integración de los estudiantes y docentes. Por lo tanto; la formulación de modelos conceptuales, que permitan analizar el interés en los estudiantes por las actividades educativas para cuantificar los logros en la sesión de clase y así afianzar las competencias trazadas por las instituciones educativas.

Por ende, esta tesis pretende servir de guía para la formulación de un software que permita realizar el monitorio de las actividades de los estudiantes dentro de cada grupo de trabajo.

Palabras claves: Grupo de trabajo, modelos conceptuales e interés de los estudiantes.

ABSTRACT

This research is based on learning theories, which aim to develop a conceptual framework for the processes and elements involved in education, with the aim of providing teachers with a tool to monitor students' interest during educational activities. In this context, the socialization of learning is described as the creation of social ties in a certain knowledge space that determines the course objectives. Its dynamics and its intermediate relationship with the entities are determined by their dialectical interaction.

The technological development of society has caused the educational sector to search for new educational methodologies with the aim of improving and seeking strategies for the integration of students and teachers. Therefore; the formulation of conceptual models that allow analyzing the interest of students in educational activities to quantify the achievements in the class session and thus strengthen the competencies outlined by educational institutions.

Therefore, this thesis aims to serve as a guide for the formulation of software that allows monitoring of student activities within each work group.

Keywords: Work group, conceptual models and student interest.

ÍNDICE

DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
RESUMEN	vii
ABSTRACT.....	viii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1 Descripción de la realidad problemática	4
1.2.1 Problema General.....	4
1.2.2 Problemas Específicos	5
1.3 Objetivo de la investigación.....	5
1.3.1 Objetivo General	5
1.3.2 Objetivos Específicos.....	5
1.4 Justificación de la Investigación	6
1.5 Delimitación del estudio.....	7
1.5.1 Delimitación Espacial	8
1.5.2 Delimitación Temporal	8

1.5.3	Delimitación Social.....	8
1.5.4	Delimitación Conceptual	8
1.6	Viabilidad del estudio.....	9
CAPÍTULO II.....		10
MARCO TEÓRICO.....		10
2.1	Antecedentes de la Investigación	11
2.2	Bases Teóricas.....	12
2.2.1	Teoría de conjuntos.....	12
2.2.2	El universo de los conjuntos	13
2.2.3	Reglas de la igualdad	13
2.2.4	El lenguaje de la teoría de conjuntos	13
2.2.5	Axiomas sobre conjuntos	14
2.2.6	¿Cómo se determina una colección?.....	16
2.2.7	Fundamentos Computacionales	17
2.3	Bases filosóficas.....	19
2.4	Definiciones de términos básicos	19
2.5	Formulación de la Hipótesis.....	22
2.5.1	Hipótesis General.....	22

2.5.2	Hipótesis Específicos	22
CAPÍTULO III.....		23
METODOLOGÍA.....		23
3.0.1	Tipo de Investigación.....	24
3.0.2	Nivel de Investigación	24
3.0.3	Diseño metodológico	24
3.0.4	Enfoque	24
3.1	Población y Muestra.....	25
3.2	Operalización de Variables e Indicadores	25
3.2.1	Variable Independiente	25
3.2.2	Variable Dependiente.....	25
3.3	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	26
3.3.1	Técnicas a emplear	26
3.3.2	Descripción de los instrumentos	26
3.4	Técnicas para el procesamiento de la información	27
CAPÍTULO IV.....		28
FUNDAMENTOS EDUCATIVOS.....		28
4.1	Teorías del aprendizaje.....	29

4.1.1	Teoría Conductista	29
4.1.2	Teoría Cognitivista.....	30
4.1.3	La teoría Constructivista	33
4.1.4	Teoría Socio Cultural	34
4.2	Teorías de la Enseñanza	35
4.2.1	Enfoques tradicionales de enseñanza	35
4.2.2	Enfoques no tradicionales de enseñanza	36
4.3	Teorías de la Instrucción	37
4.3.1	Teoría de asimilación	38
4.3.2	Teoría de la elaboración.....	38
4.4	El aprendizaje y el conocimiento	39
4.4.1	Memorias múltiples y el conocimiento	40
4.5	Diseño y estrategias de aprendizaje.....	41
4.5.1	Aprendizaje colaborativo	41
4.5.2	Características del aprendizaje colaborativo.....	42
4.6	Objetos de Aprendizaje	43
4.6.1	Características de los objetos de Aprendizaje	44
CAPÍTULO V.....		45

CONCEPTUALIZACIÓN MATEMÁTICA DE LOS SABERES PREVIOS Y EL	
TRABAJO COLABORATIVO	45
5.1 Modelo matemático para caracterizar los saberes previos	46
5.1.1 Términos primitivos.....	46
5.1.2 Definiciones	46
5.1.3 Axiomas	48
5.1.4 Enunciados del modelo	48
5.2 Modelo matemático para los grupos de trabajo colaborativo.....	52
5.2.1 Definiciones	53
CAPÍTULO VI.....	58
MODELO MATEMÁTICO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE INTERESES DE LOS	
ESTUDIANTES	58
6.1 Axiomas	59
6.2 Modelo conjuntista para caracterizar a los estudiantes	60
6.2.1 Estudiante.....	60
6.2.2 Formalización del estudiante	60
6.3 Modelo conjuntista para caracterizar a los grupos de trabajo	61
6.3.1 Grupo de trabajo	61

6.3.2	Formalización del grupo de trabajo	62
6.3.3	Características del grupo de trabajo	63
6.4	Modelo matemático para valorar el valor de la moda de los intereses.....	64
6.4.1	Formalización de los intereses	65
6.5	Creación de los grupos de trabajo	67
6.5.1	Algoritmo	67
CAPÍTULO VII		71
RESULTADOS.....		71
7.1	Análisis de resultados	71
CAPÍTULO VIII.....		72
DISCUSIÓN		72
8.1	Discusión de resultados	72
CAPÍTULO IX.....		73
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		73
9.1	Conclusiones	73
9.2	Recomendaciones.....	74
Referencias.....		75

INTRODUCCIÓN

Las siguientes propuestas se lograron en este trabajo de investigación:

1. Precisar que el tipo de algebra A para caracterizar los saberes previos de los estudiantes.
2. Determinar el modelo matemático que caracterice a los grupos de trabajo colaborativo.
3. Determinar el modelo conjuntista para representar los grupos de trabajo y los estudiantes.
4. Determinar una expresión algebraica que valore el valor moda de los intereses para los estudiantes, para la sección y para los grupos de trabajo.

El contenido por capítulos muestra las siguientes descripciones:

El **Capítulo 1** representa la razón de esta tesis con enfoque al problema. La Sección 1, el problema se define desde un punto de vista académico. La Sección 2 preparó un problema. La Sección 3 propone el propósito de investigación. La Sección 4, justificada la propuesta de la investigación, que ofrece del problema planteado en la Sección 2.

El **Capítulo 2** muestra el marco teórico que es soporte de la investigación y muestra los antecedentes. Además, se pone de manifiesto los fundamentos teóricos de nuestra propuesta.

El **Capítulo 3** expone la metodología de la investigación y expresa sus componentes de forma clara y precisa.

El **Capítulo 4** Explica la educación como base científica y enfatiza la nueva capacidad educativa basada socio constructivismo y el conectivismo.

El **Capítulo 5** presenta modelos de matemáticas para identificar el interés de los estudiantes durante las sesiones de clase. Finalmente, el Capítulo 8 y el Capítulo 9 muestran resultados y propuestas.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde la perspectiva actual, los sistemas de representación del conocimiento (audio, fotografías, imágenes, texto, video) han evolucionado y tienen un alto grado de heterogeneidad, esta difracción de la información en la sociedad de la red, promueve nuevas oportunidades para aumentar, ampliar y soportar las experiencias del aprendizaje, basadas en interacciones y comunicaciones.

En ese sentido, el aprendizaje colaborativo, visto como agrupamiento y estructuración de estudiantes con el objetivo de lograr cierto beneficio académico trabajando conjuntamente, promueve la creación de espacios comunitarios, donde las actividades de aprendizaje tienen como foco central las interdependencias positivas generadas por los objetos de aprendizaje, los cuales representan un esencial cambio en el modo de entender el diseño y desarrollo del currículum educativo. Pues, promueve estrategias educativas cuyo enfoque está centrado en el proceso de aprendizaje del papel activo de los estudiantes.

En todo proceso hay cambios, se incorpora nuevos materiales, nuevos comportamientos y nuevas estrategias de enseñanza van a generar sin duda algunas nuevas y concepciones. Por lo tanto; en el contexto metodológico del socio constructivismo y el conectivismo, es importante conocer el interés de los estudiantes durante la experiencia educativa.

1.1 Descripción de la realidad problemática

El nuevo contexto educativo, sustentado por el b-learning y el e-learning, propone nuevas formas de interacción entre el estudiante y el docente, ante tal circunstancia se sugiere la implementación de nuevas estrategias didácticas como por ejemplo; el trabajo colaborativo, pues ella, muestra el estímulo del diálogo de forma precisa, la escucha del otro, la recíproca evaluación; la colaboración en la negociación, la creación de consenso; la estructura de la actividad; la elaboración conceptual y la escritura general. Por lo tanto, el trabajo colaborativo debe ser entendido como un catalizador de propuestas administrativas y de gestión óptima del trabajo en ambientes b-learning y e-learning, pues el docente asume que el estudiante sabe trabajar en equipos generados espontáneamente y de forma colaborativa.

En esa línea de ideas, se hace necesario el uso de modelos matemáticos para obtener herramientas conceptuales y concretizarlos posteriormente a un software en gestión educativa, con el propósito de sostener en la continuidad sistemática de la práctica educativa y así garantizar logros educativos óptimos.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema General

¿Cómo describir el flujo de interés inherente al aprendizaje de los integrantes de cada equipo de trabajo, cuando se use la estrategia didáctica del trabajo colaborativo, dentro del entorno b-learning con ayuda de un modelo matemático?

1.2.2 Problemas Específicos

1. ¿Cómo caracterizar mediante axiomas los elementos de la comunicación entre los estudiantes y el docente?
2. ¿Cómo caracterizar mediante una expresión algebraica el flujo de interés de los integrantes de cada equipo de trabajo respecto al aprendizaje?
3. ¿Cómo caracterizar mediante el uso de las estructuras algebraicas la comunicación entre el docente y el estudiante?

1.3 Objetivo de la investigación

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar, un modelo matemático que describa el flujo de interés inherente al aprendizaje de los integrantes de cada equipo de trabajo, cuando se use la estrategia didáctica del trabajo colaborativo, dentro del entorno b-eleraning.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Determinar una lista de axioma que caracterice a los elementos de la comunicación entre los estudiantes y el docente.
2. Cuantizar el flujo de interés respecto al aprendizaje de los integrantes en cada grupo de trabajo.
3. Precisar que el tipo de algebra que caracterice la comunicación entre el docente y los estudiantes.

1.4 Justificación de la Investigación

Se justifica por los siguientes argumentos:

1. La relación entre las Tecnológicas de la información y la educación promueven nuevos métodos para la adquisición conocimientos, en tal sentido en las últimas décadas han provocado una revolución en los avances pedagógicos durante las últimas décadas en cuanto al entendimiento la experiencia del aprendizaje. Por lo tanto; el propósito de generar un modelo matemático para calcular el valor moda del interés de cada uno de los componentes del aprendizaje es reflexionar sobre la motivación intrínseca del objeto de aprendizaje propuesto dentro del marco metodológico del socio constructivismo y el conectivismo.
2. Cada modelo matemático es un enfoque del objeto investigado a través de la organización conceptual jerárquica que regula el nivel de correspondencia entre objetos y modelos, por esta razón; La elaboración y la interpretación depende del marco referencial elegido. En ese caso; El modelo propuesto expresa la relación entre componentes que atraen grupos en el campo de la capacitación educativa, como la sección, los grupos de trabajo y los estudiantes.
3. En general, el modelo expresa la relación entre las variables y esquemas conceptuales enmarcados por la influencia en dimensiones descriptivas y empíricas. Los actores de experiencia educativa en nuestra tesis, son necesarios para la praxis educativa que produce un nuevo marco conceptual que permite la disposición, el objetivo y la elección de la estrategia didáctica correcta para la planificación metodológica del trabajo colaborativo.

4. El Propósito relevante que justifica la investigación es su contenido técnico, su originalidad y los alcances de las universidades, la utilidad es proponer una herramienta para el análisis de interés durante el trabajo colaborativo.

5. En el campo de las matemáticas y las matemáticas que se aplican hoy, hay un aumento en los ingresos debido a la conceptualización de varias teorías, porque nos permite hacer nuevas anotaciones y producir nuevos campos de análisis visual para unir diversas construcciones, construcción mental y solo produce nuevas alternativas para la toma de decisiones.

1.5 Delimitación del estudio

A continuación, con fines metodológicos, el estudio está limitado por los siguientes aspectos.

1.5.1 Delimitación Espacial

La construcción, evaluación, análisis e interpretación del modelo matemático para identificar el interés de los estudiantes se formulan a nivel general, del que se deducen casos especiales y aplicaciones particulares de metodologías educativas. Es decir, delimitamos nuestro estudio a nivel jerárquico, dentro del socio constructivismo y el conectivismo los cuales son aceptados y aplicados mundialmente.

1.5.2 Delimitación Temporal

La investigación es de tipo longitudinal en tiempo y periodo de la planificación; el desarrollo de nuestra tesis comprendió los meses entre enero - diciembre del 2021.

1.5.3 Delimitación Social

El resultado de la investigación fue observación de las actividades educativas en el sector educativo privado, particularmente en el nivel secundario, con estudiantes cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años.

1.5.4 Delimitación Conceptual

En el desarrollo de mi investigación se utilizaron conceptos interdisciplinarios de la matemática, educación y ciencias de la computación. Concretamente, estructuras algebraicas, conjuntos, relaciones, funciones, socio constructivismo, conectivismo, algoritmo y algoritmo social. En resumen, el desarrollo de la investigación requiere fundamentalmente tres ingredientes conceptuales, uno por cada disciplina:

1. Matemática: $M \leftarrow$ Estructuras algebraicas
2. Educación: $E \leftarrow$ Socio constructivismo y Conectivismo
3. Ciencias de la computación: $C \leftarrow$ Algoritmo

Al integrar estos conceptos en el ambiente de las tres disciplinas mencionadas producirán el modelo para identificar el interés de estudiantes durante la sesión de clase, que denotamos por:

(M, E, C)

y para la operacionalización de sus variables y evaluación de la performance de este modelo se requieren conceptos y documentos relacionados al título de la tesis.

1.6 Viabilidad del estudio

En el estudio y obtención de materiales para mi investigación requiere financiamiento, en ese sentido, el recurso económico fue solventado por el propio investigador. Además, la recolección, análisis y procesamiento del material bibliográfico para generar la creación del modelo fue realizada sinningún contratiempo.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

El desarrollo de investigación se basa en varios estudios, así como en informes técnicos que contribuyeron en el análisis conceptual, comprensión, los conceptos conceptuales del diseño de la política que regulan el proceso de aprendizaje. Tal como se puede visualizar a continuación.

2.1 Antecedentes de la Investigación

Internacionales

Roselli, (2016). Investigó sobre el desarrollo de algunos aspectos metodológicos y teóricos del trabajo colaborativo dentro de entornos universitarios, y llegó a concluir que, la aplicabilidad del aprendizaje colaborativo, presenta problemas de sistematización por parte de los docentes e integración por parte de los estudiantes.

En la Universidad de Jaén (España), Palomares (2016), realizó un diagnóstico sobre la práctica docente y el trabajo colaborativo. Concluyó, que en ambientes socio constructivistas el trabajo colaborativo depende de un seguimiento y monitoreo adecuado, que permita obtener información sobre el desempeño de los estudiantes.

Barbería (2012). Infiere en su investigación sobre un análisis correlacional los efectos del trabajo colaborativo y el rendimiento académico. Como una de sus sugerencias propone la elaboración de modelos matemáticos que permitan interpretar el desempeño de los integrantes de cada equipo de trabajo, con la finalidad de elaborar un software, para obtener datos estadísticos.

Nacionales

Solorzano (2021). Elaboró “un modelo matemático del proceso de aprendizaje de enseñanza”, su propuesta sustenta el uso de modelos Algébricos para expresar algunos elementos de la experiencia educativa, enfatizando el uso interpretativo de la propuesta y en la posibilidad de implicaciones para mejorar la enseñanza de la praxis.

En la Universidad San Ignacio de Loyola (Lima), Castellanos (2018). Elaboró una propuesta para el seguimiento y monitoreo del trabajo colaborativo en una institución de educación básica regular, dentro de sus sugerencias y conclusiones señala la necesidad de modelos conceptuales con la finalidad de generar nuevos marcos interpretativos para esta metodología.

En la Universidad Nacional de Ingeniería (Lima). Guardales (2013). Realizó un estudio sobre las interacciones de los estudiantes durante un trabajo colaborativo, su objetivo fue determinar un modelo matemático basado en la teoría de juegos que describa las interacciones entre los actores del aprendizaje durante la sesión.

2.2 Bases Teóricas

2.2.1 Teoría de conjuntos

El enfoque de la Teoría de Conjuntos, en esta investigación será de carácter axiomático. Es decir, no evaluaremos directamente el significado del término “conjunto”.

Los axiomas que utilizaremos tienen su origen en el concepto intuitivo de conjunto, sin embargo el método axiomático implica la no intervención de la intuición en las demostraciones de teoremas.

2.2.2 El universo de los conjuntos

Según Salvador (20220) “La postura axiomática va a residir dentro del universo de discurso no vacíos (en el sentido intuitivo), cuyos objetos se denominan conjuntos; en ese sentido, dentro del universo los conjuntos son por definición los objetos” (p.45). Cabe mencionar que el universo no es necesariamente un conjunto. La estructura de un universo se describe mediante dos relaciones primitivas:

- La relación de igualdad según se rige por las reglas usuales de la igualdad en matemática.
- La relación de pertenencia, según se rige por los axiomas de Zermelo y Fraenkel descritos líneas posteriores.

2.2.3 Reglas de la igualdad

Según describe Salvador (2020) la igualdad está regida por las siguientes dos reglas:

“El principio de identidad, según expresa que todo objeto es igual a sí mismo”.

“El principio de sustitución de los iguales, según expresa que dos objetos iguales cumplen las mismas propiedades” (p.33)

2.2.4 El lenguaje de la teoría de conjuntos

Según Salvador (2020), la teoría de conjuntos “sólo se consideran enunciados matemáticos construidas a partir de las dos relaciones primitivas $x = y$ y $x \in y$ y mediante las conectivas lógicas \neg (negación),

\wedge (conjunción), \vee (disyunción), \Rightarrow (implicación) y \Leftrightarrow (equivalencia lógica), así como los cuantificadores \forall (universal) y \exists (existencial), cuyo dominio de cuantificación es implícitamente el universo” (p.65)

2.2.5 Axiomas sobre conjuntos

Los axiomas que se expondrán a continuación se deben a la propuesta de Zermelo-Frankel.

Según Axioma 2.2.1 (Existencia).

“Hay un conjunto que no tiene elementos”.

Según Axioma 2.2.2 (Extensión).

“Si todo elemento de X es un elemento de Y , y todo elemento de Y es un elemento de X , entonces $X = Y$ ”.

Según Axioma 2.2.3 (Esquema de comprensión).

“Sea $P(x)$ una propiedad de x . Para cualquier conjunto A hay un conjunto B tal que $x \in B$ si y sólo si $x \in A$ y $P(x)$ ”.

Es necesario también disponer de un conjunto a cuyos elementos pueda aplicarse esa propiedad; según nos mencionan no basta dar una propiedad;

Lema 2.2.4 *Sea $P(x)$ una propiedad de x . Para todo A hay un único conjunto B tal que $x \in B$ si y sólo si $x \in A$ y $P(x)$.*

Demostración: Si C es un conjunto tal que $x \in C$ si y sólo si $x \in A$ y $P(x)$, entonces $x \in B$ si y sólo si $x \in C$. Así $B = C$ por el Axioma de extensión.

Definición 2.2.5 $\{x \in A : P(x)\}$ es el conjunto de todos los $x \in A$ con la propiedad $P(x)$.

Según señala Salvador (2020) “El sistema axiomático propuesto hasta este momento no es muy robusto; el único conjunto cuya existencia fue postulada es el conjunto vacío, y las aplicaciones del Esquema de Comprensión a este, producen nuevamente el conjunto vacío. Los siguientes tres axiomas postulan que algunos de los procedimientos frecuentemente usados en matemáticas producen conjuntos” (p.33)

Según el Axioma 2.2.6 (del Par).

“Para cualesquiera a y b hay un conjunto C tal que $x \in C$ si y sólo si $x = a$ o $x = b$.

Así, $a \in C$ y $b \in C$, y no hay otros elementos en C . Por el Axioma de Extensión el conjunto C es único”

Axioma 2.2.7 (de Unión).

“Para cualquier conjunto S , existe un conjunto U tal que $x \in U$ si y sólo si $x \in X$ para algún $X \in S$ ”.

El conjunto U es único. Este es llamado unión de S y denotado por $\cup S$. Decimos que S es un sistema de conjuntos o familia de conjuntos.

El Axioma de Unión nos capacita para formar uniones no solo de dos conjuntos, sino también para formar la unión de un número infinito de conjuntos.

Definición 2.2.8 (Contención o inclusión).

Según Salvador (2020) “ A es un subconjunto de B si cualquier elemento de A pertenece a B . En otras palabras, A es un subconjunto de B si, para todo x , $x \in A$ implica $x \in B$. Escribiremos $A \subseteq B$ para denotar que A es subconjunto de B ” (p.77).

Axioma 2.2.9 (Conjunto Potencia).

“Para cualquier conjunto X existe un conjunto S tal que $A \in S$ si y sólo si $A \subseteq X$ ”.

Según el Axioma 2.2.10 (Fundación).

“En cada conjunto no vacío A existe $u \in A$ tal que, u y A no tienen elementos en común, es decir, para cualquier x , si $x \in A$ entonces $x \in u$ ”

2.2.6 ¿Cómo se determina una colección?

Según Cantor “Listar los objetos del conjunto queda definido cuando es posible mencionar completamente sus elementos. El procedimiento más eficaz de descripción es asignar a cada uno de sus elementos; en ese sentido, se denomina definición del conjunto por extensión”

El inconveniente para este método de listado o enumeración de los elementos del conjunto es que estos deben poseer un número infinito de elementos.

¿Qué hacer cuando la colección es infinita, o cuando es finita pero numerosa? Según Salvador (2020) “Para representar los objetos cuando el número de elementos del conjunto es infinito o demasiado numeroso se utiliza el método de definición por intensión, que consiste en la descripción de un conjunto como la extensión de un predicado” (p.21)

2.2.7 Fundamentos Computacionales

1. Algorítmica.

Según Fadul (2019) “Consiste en usar correctamente una serie de pasos específicos que aseguran una solución eficaz. En general, cada algoritmo es propio del dominio del conocimiento” (p.21)

2. Ensayo y error.

Según Barrantes (2019) “Modo de resolver un problema que se efectúa probando distintas posibilidades y desechando aquellas que no dan resultados” (P.33)

3. Heurística.

Según Fadul (2019) “Se refiere al uso de reglas empíricas para llegar a cada solución” (P.21)

4. Modelo de procesamiento de información.

Según Fadul (2019) “Es el planteamiento de varios momentos para un problema (estado inicial, estado final y víasde solución)” (p.44)

5. Razonamiento analógico.

Según Fadul (2019) “Se infiere en el establecimiento de una analogía entre una situación que resulte familiar y la situación problema” (p.36)

6. Sistemas de producción.

Según Guardales (2020) “Se refiere a la aplicación de una red de secuencias de acción y condición” (p.21)

Según la Definición 2.2.11 (Algoritmo).

Según Fadul (2019)

“Un algoritmo es un conjunto de instrucciones que especifica la secuencia de operaciones a realizar, en orden, para resolver un problema específico” (p.88). La definición de un algoritmo debe describir tres partes: Entrada, Proceso y Salida, así:

- 1. “Entrada: Información dada al algoritmo, o conjunto de instrucciones que generen los valores con que ha de trabajar”*
- 2. “Proceso: Cálculos necesarios para que a partir de un dato de entrada se llegue a los resultados”*
- 3. “Salida: Resultados finales o transformación que ha sufrido la información de entrada a través del proceso”*

Definición 2.2.12 (Computación evolutiva).

Según Fadul (2019) *“Es el estudio de los fundamentos y aplicaciones de ciertas técnicas heurísticas de búsqueda basadas en los principios naturales de la evolución” (p.20)*

Definición 2.2.13 (Complejidad computacional).

Según Fadul (2019) “Estudia los recursos requeridos por un algoritmo para resolver un problema.

El espacio, que es la cantidad de memoria utilizada para resolver el problema” (p.99)

2.3 Bases filosóficas

Es necesario fundamentar el estudio de la entidad conceptual que vamos a tratar, con la finalidad de dar cuenta del cómo, y el proceso de constitución del desarrollo de los conocimientos de esta propuesta de investigación. En ese sentido, cabe preguntarnos:

¿Qué tipo de conocimiento y de que naturaleza se ha generado con esta investigación?

Se desea establecer un conocimiento de tipo conceptual y cualitativo que represente el proceso de intercambio o transferencia de contenidos entre el maestro y el alumno, a partir del análisis y la reflexión de la estructura relacional de los copartícipes en la experiencia educativa, con el propósito de generar un modelo matemático que caracterice el interés de los estudiantes en relación a una experiencia educativa dentro del contexto e-learning.

2.4. Definiciones de términos básicos

1. Modelo.

Según Popper (1985) “El modelo es un medio para comprender lo que la teoría intenta explicar, enlazando lo abstracto con lo concreto” (p. 88)

2. Modelo Matemático.

Según Ríos (2019) “Un modelo matemático es un conjunto de relaciones, que se utiliza para representar y estudiar de forma simple y comprensible una porción de la realidad empírica” (p. 75)

3. Estructura algebraica.

Según Mac Lane (1971). Una estructura algebraica E es

(a) “Una colección no vacía cuyos elementos se llaman objetos. Esta colección se denota por $Ob(E)$ ”

(b) “Una colección no vacía de conjuntos disjuntos y eventualmente vacíos

$\{Mor(A, B)\}_{A, B \in Ob(E)}$. Los elementos del conjunto $Mor(A, B)$ se denominan flechas del objeto A en el objeto B ”

(c) “Una operación entre flechas llamada composición, tal que si A, B y C son objetos de $E, f \in Mor(A, B)$ y $g \in Mor(B, C)$, existe un único morfismo $g \circ f \in Mor(A, C)$ ” La operación \circ cumple las siguientes condiciones:

i. Es asociativa, es decir, dados $f \in Mor(A, B), g \in Mor(B, C)$ y $h \in Mor(C, D)$ se cumple:

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$$

ii. Para cada objeto A en E existe un morfismo identidad i_A en $Mor(A,A)$ tal que $i_A \circ f = f$, $g \circ i_A = g$, para todo $f \in Mor(B,A)$ y todo $g \in Mor(A,B)$.”(p. 113-117)

4. Educación.

Según Fernández (2004) “La educación es una acción y un proceso intencional, continuo y sistemático de perfeccionamiento de la persona en cual quiera de sus dimensiones (intelectual, física, estética, profesional, ética, etc.)” (p. 115)

5. Aprendizaje Colaborativo.

Según Roselli (2010) “Es una metodología de enseñanza que partende la organización de la clase en pequeños grupos donde los alumnos trabajan conjuntamente de forma coordinada entre sí para resolver tareas académicas y profundizaren su propio aprendizaje” (p.33)

6. Conectivismo.

Según Siemens (2018) “Es una teoría del aprendizaje para la era digital, que toma como base el análisis de las limitaciones del cognitivismo y el constructivismo, para explicar el efecto que la tecnología ha tenido sobre la manera en que actualmente vivimos, nos comunicamos y aprendemos” (p. 20)

7. Socio constructivismo.

Según Coll (2018) “La construcción individual del conocimiento de los estudiantes está inmersa y es inseparable de la construcción colectiva que llevan a cabo profesores y estudiantes en un entorno específico culturalmente organizado que es el aula” (p. 13)

2.5 Formulación de la Hipótesis

2.5.1 Hipótesis General

Es posible modelar matemáticamente el flujo de interés respecto al aprendizaje de los integrantes de cada equipo de trabajo, cuando se usa la estrategia didáctica del trabajo colaborativo, dentro del entorno b-eleraning.

2.5.2 Hipótesis Específicos

1. El intercambio de información entre los estudiantes y el docente cuando se usa la estrategia didáctica del trabajo colaborativo, dentro del entorno b-eleraning se puede representar mediante las estructuras algebraicas.
2. Los elementos de la comunicación entre los estudiantes y el docente se describen en términos de axiomas.
3. El interés de cada integrante del grupo de trabajo colaborativo dentro del entorno b-eleraning se puede representar mediante una expresión algebraica.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

La presente investigación se desarrolla a partir de un estudio de caso, aplicado al campo de la teoría del conocimiento e información, donde la dinámica establecida por la interacción de los estudiantes bajo el esquema de trabajo colaborativo puede ser interpretada con ayuda de un modelo matemático. En consecuencia; utilizaremos el método sintético.

3.0.1 Tipo de Investigación

Según Rodríguez y Valldeoriola (2014), definimos esta investigación como “cualitativa” porque tiene como finalidad interpretar las interacciones de los estudiantes sujetos a la metodología del trabajo colaborativo con ayuda de la matemática y la computación.

3.0.2 Nivel de Investigación

De acuerdo a Hernández et al (2006), esta investigación es descriptiva y explicativa, porque busca especificar y explicar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, las interacciones de los estudiantes bajo el esquema del trabajo colaborativo con ayuda de argumentos matemáticos y computacionales.

3.0.3 Diseño metodológico

De acuerdo con Vallejo (2002), tiene un diseño observacional y descriptivo, porque se formula matemáticamente la dinámica establecida de los estudiantes con la finalidad de interpretar y analizar el flujo de intereses de los integrantes de cada grupo de trabajo colaborativo.

3.0.4 Enfoque

De acuerdo con Barrantes (2014), un enfoque cualitativo e interpretativo, porque se centra en el estudio de los enlaces de interés de los estudiantes entorno a un objeto de aprendizaje.

3.1 Población y Muestra

Para la creación del modelo matemático propuesto, sea utilizado la observación de las actividades colaborativas de diversos estudiantes del 4to año de educación secundaria a lo largo de 3 años.

3.2 Operalización de Variables e Indicadores

3.2.1 Variable Independiente

X = Modelo matemático para identificar el interés de los estudiantes.

Indicadores:

X1 = El algebra A de saberes previos de los estudiantes.

X2 = La función de cuantización del interés para los estudiantes, los grupos de

3.2.2 Variable Dependiente

Y = Cuantización del flujo de intereses de los estudiantes.

Indicadores:

Y1 = La generación de saberes previos durante el trabajo colaborativo.

Y2 = Propiedades conjuntistas de la sección, estudiantes y grupo de trabajo.

3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se utilizó libros de textos, artículos científicos, tesis alojadas en repositorios institucionales como el Renati -Sunedu y revistas especializadas del área de Matemáticas como MathScinet.

3.3.1 Técnicas a emplear

La presente investigación es documental.

3.3.2 Descripción de los instrumentos

Los libros de texto, son fuentes válidas de conocimiento, y como tal, su análisis nos proporcionó un conocimiento respecto a la gestión del aprendizaje. La revisión de los artículos científicos permitió tener una descripción y una explicación de las interacciones entre los alumnos y el docente y viceversa durante todo el proceso experiencia de la transmisión y adquisición del conocimiento. En cuanto a las tesis, son una fuente de información de investigación donde se propone alternativas de estudio para la concepción y definición del problema, ya que presentan una síntesis de lo que se espera conocer sobre un tema específico.

3.4 Técnicas para el procesamiento de la información

El procesamiento pasa por los procesos de clasificación, registro y codificación

CAPÍTULO IV

FUNDAMENTOS EDUCATIVOS

En este capítulo se aborda las teorías científicas que explican y sustentan el proceso de enseñanza -aprendizaje fundamentadas en las tecnologías de la información y la comunicación.

4.1 Teorías del aprendizaje

Según Ausubel (1997), “las teorías sobre el aprendizaje tratan de explicar los procesos internos cuando aprendemos, adquirimos habilidades intelectuales, adquirimos nuevos conceptos, estrategias cognoscitivas, destrezas motoras o actitudes” (p.21)

4.1.1 Teoría Conductista

Según Marqués et al (1987) “El conductismo se preocupa por usar el método científico y considera que sólo se debe hablar de los aprendizajes observables y medibles objetivamente” (p. 34)

Por lo tanto; el aprendizaje bajo la óptica del conductismo se clasifica fundamentalmente dos tipos:

1. “Condicionamiento clásico. Se refiere al aprendizaje por condicionamiento y sustenta que este es el medio por el cual se efectúa un cambio en la conducta a través de la experiencia o la asociación de eventos o estímulos. La capacidad de aprender promueve la adaptación de todo individuo a cambios en su entorno y el reconocimiento de las señales del mundo externo” (p.54)

2. “Condicionamiento operante. Propone, que el sujeto no aprende solo por medio de estímulos, sino que es necesario aplicar el uso de reforzadores positivos o negativos, con la finalidad de “persuadir” al individuo de dar continuidad a la conducta deseada” (p.45)

Para el conductismo el aprendizaje es un cambio relativamente permanentemente de la conducta que se logra con ayuda de la práctica y la interacción recíproca de los individuos y su ambiente, enmarcados por programas de adiestramiento.

4.1.2 Teoría Cognitivista

Según Sanchez (2021) “Se ocupa de la caja negra que media el estímulo y la respuesta. Por lo tanto; el estudiante es un procesador activo mediador entre el estímulo y la respuesta, por esta razón el enfoque cognitivo, promueve el servicio a la persona que a los estímulos” (p.55)

Por tanto; Delgado (2018) añade que “la distinción básica entre las corrientes conductista y cognitivista radica en la forma en que se concibe el conocimiento. Para el conductismo, el conocimiento consiste fundamentalmente en una respuesta pasiva y automática a estímulos externos del ambiente.” (p.34)

A continuación, enumeramos algunas de las posturas más citadas para el desarrollo de esta teoría.

1. Aprendizaje por descubrimiento

Según delgado (2018) “El aprendizaje por descubrimiento se fundamenta en descubrir una regla, concepto o asociación que se ha enseñado (un fin). En secuencia en el aprendizaje por descubrimiento interviene la inducción, se verifica si al verbalizar la propiedad general o al dar otro ejemplo, el alumno tiene el dominio general de la estructura propuesta” (p.32)

En ese sentido, Glaser (2019), sostiene que el método de descubrimiento “se reduce a la imposición de una secuencia instructiva estructurada, con el fin de obtener una secuencia relativamente carente de guía, a la cual el individuo agrega su propia estructura”(p. 34)

2. Aprendizaje como procesamiento de información

Según Delgado (2018) “este enfoque sostiene que el ser humano es un procesador de información, y se fundamenta en la analogía entre la mente humana y el funcionamiento de las computadoras. Para ello indaga cómo se codifica la información, transforma, almacena, recupera y se transmite al exterior” (p.39)

Este modelo infiere como, de manera intencional, se puede orientar el aprendizaje hacia metas específicas y por lo tanto planificarlo.

3. Aprendizaje como actividad

Según Coll (2018) “este enfoque sostiene que el aprendizaje es una actividad, donde el individuo aprende espontáneamente y su pensamiento está constituido por un juego de operaciones” (p.77)

interconectadas, vivientes y actuantes y no por una colección de contenidos, de imágenes, ideas.

“Cuando el sujeto va aprendiendo se hace capaz de realizar transformaciones en su medio a través de una relación dialéctica y a medida que estas ocurren, el sujeto aprende cada vez más, así las actividades socializadas son positivas sobre las operaciones intelectuales pues producen conflictos, posiciones divergentes y nuevos problemas que deben ser solucionados” Coll, (p.87)

4. Aprendizaje significativo

Según Ausubel (1997) “este enfoque sostiene que el aprendizaje se produce por medio de asociaciones y relaciones de lo que ya sabemos con los nuevos conocimientos, en ese sentido, aprender significativamente consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende” (p.89). El aprendizaje significativo combina aspectos cognoscitivos con afectivos.

Ausubel et al (1998) señalan tres tipos de aprendizajes, que pueden darse en forma significativa, estos son:

(a) Aprendizaje de Representaciones:

“Es el aprendizaje más elemental, que se da cuando se adquiere el vocabulario. Ello consiste en la atribución de significados a determinados símbolos al igualarlos con sus referentes”.

(b) Aprendizaje de Conceptos:

“Los conceptos se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que se designan mediante algún símbolo o signos. Los conceptos son adquiridos a través del proceso de formación y de asimilación”

(c) Aprendizaje de Proposiciones:

“Exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones, las cuales se obtienen cuando se forma frases que contienen dos o más conceptos, este nuevo concepto es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos” (p.96)

4.1.3 La teoría Constructivista

Esta perspectiva es organicista y estructuralista, como acota Pablos (2019) “Lo fundamental es analizar los cambios cualitativos generados en la organización de las estructuras cognitivas como consecuencia de la interacción entre estas y los objetos a los que se aplica” (p. 460)

Según añade Coll (2018) “el aspecto estructuralista, esta teoría, se sostiene en la idea fundamental de las estructuras mentales, que básicamente se refieren a la construcción de una organización intelectual que guía la conducta del individuo, aunque se prefiere el concepto de esquema debido a lo rígido, estático y automático del primer concepto” (p.64) Todos los esquemas surgen de la asimilación recíproca de las estructuras y la acomodación a la realidad exterior.

4.1.4 Teoría Socio Cultural

En el paradigma cognitivo se pretende identificar cómo aprende un individuo y el paradigma sociocultural se interesa en el para qué aprende ese individuo, pero ambos enfoques tratan de integrar en las aulas al individuo y al escenario de aprendizaje.

El constructivismo es una teoría del aprendizaje que se basa en el supuesto de que los seres humanos construyen su propia concepción de la realidad y del mundo en que viven, la corriente sociocultural sienta sus postulados en la convicción del rol preponderante que la interacción social tiene en el desarrollo cognitivo.

Según, Coll (2018) “la construcción individual del conocimiento de los estudiantes esta inmersa y es inseparable de la construcción colectiva que llevan a cabo profesores y estudiantes en un entorno específicoculturalmente organizado que es el aula” (p. 13)

En ese sentido, Lamata y Domínguez (2019), afirman que “el aprendizaje es una construcción idiosincrásica: es decir, esta´ condicionado por el conjunto de características sociales, físicas, culturales, incluso políticas y económicas del sujeto que aprende. Condicionamientos que también son válidos para el docente” (p. 22)

Por lo tanto; si el docente parte de la premisa de que es poseedor del conocimiento que va a transmitir, es muy probable que usara metodologías que implican un proceso pasivo de aprendizaje, por consiguiente, los estudiantes tendrán una postura de receptores del conocimiento.

4.2 Teorías de la Enseñanza

Según Lamata y Dominguez (2019) “ La enseñanza es comunicación, pues responde a un proceso estructurado, en el que se produce intercambio de información (mensajes entre profesores y alumnos). Por lo tanto; enseñanza no equivale meramente a instrucción, sino a la promoción sistemática del aprendizaje mediante varios medios” (p.45)

Para nuestro caso de investigación, la enseñanza es una actividad socio comunicativa y cognitiva que dinamiza los aprendizajes significativos en ambientes mediados por medios físicos y virtuales, de manera síncrona o asíncrona.

4.2.1 Enfoques tradicionales de enseñanza

Desde la perspectiva heurística, el profesor es un sujeto capaz de diagnosticar y detectar los problemas prácticos que el diseño, desarrollo, implementación y evaluación del currículo implica. En ese sentido es posible distinguir los siguientes enfoques de enseñanza:

1. Enfoque Técnico

“El enfoque técnico en el conjunto de propuestas tendentes a racionalizar la actividad de enseñar planteándola como una cuestión tecnológica que debiera ser abordada a partir de los conocimientos aportados por la ciencia”. Esta tendencia se caracteriza por la reducción del racionalismo a su vertiente instrumental.

2. Enfoque Práctico

“Este enfoque sostiene el carácter variable, situacional e incierto de la enseñanza; gestiona una realidad compleja que exige la toma de decisiones prudentes y equilibradas; el docente ocupa un papel central tanto al investigar, planificar o innovar en la enseñanza. Además,

resalta el papel del estudiante como el aquel que selecciona, codifica, abstrae, interpreta, integra y recupera información para solucionar problemas y el docente debe propiciar situaciones de aprendizaje donde el estudiante participe, haga, piense y descubra”

3. Enfoque Sociocrítico

“Este enfoque sostiene que en la escuela son importantes el actor y el escenario del aprendizaje. Y desde esa perspectiva afirman que tanto los estudiantes y las organizaciones aprenden, por lo tanto, el aprendizaje es individual (actor) y social (escenario)”

El comportamiento social se rige por construcciones ideológicas y el soporte de materialización de esa ideología lo constituyen los signos y sus significados, por lo tanto, “el análisis de los lenguajes y la reflexión sobre los significados que atribuimos a los signos, constituye el ejercicio básico para desarrollar niveles de autoconciencia que nos permitan controlar mecanismos inconscientes o implícitos, mediante los que actúa la ideología dominante”.

En tal sentido, la teoría crítica de la enseñanza busca reducir la distancia entre teoría y la praxis mediante un proceso centrado en los problemas presentes en la propia práctica docente.

4.2.2 Enfoques no tradicionales de enseñanza

Según señala Lamata y Dominguez (2019) “La introducción de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación al ámbito educativo ha propiciado la aparición de nuevos modos de entender la enseñanza, de tal manera que su influencia no se dirige a estructuras cognitivas concretas sino a su funcionamiento

integral. En este apartado expondremos algunos de estos modelos, sin pretender con ello reducir el campo de estudio respecto a este tema” (p.32)

“El primero de estos modelos es el modelo magistral y se refiere a la difusión de información sobre materiales multimedia sin actividades de aprendizaje”

“El segundo es el modelo participativo, donde lo primordial es la comunicación, presenta tres variantes: sistemas basados en la creación de espacios virtuales, sistemas participativos basados en la integración de los medios y sistemas integrados gestionados por ordenador”

“En el tercer modelo, investigador, se refiere a los espacios virtuales donde docentes y alumnos tratan de poner en práctica los conocimientos, las estrategias y los recursos que tienen a su disposición, la comunicación es bidireccional y la participación es alta”

4.3 Teorías de la Instrucción

Según, Hernández y Sancho, (2006) “Las teorías del aprendizaje son de naturaleza descriptiva, muestran situaciones de las que derivan sus principios; las teorías de enseñanza tratan de prescribir las condiciones óptimas mediante las cuales el estudiante puede reproducir o reconstruir significativamente una información determinada y las teorías de la instrucción son también prescriptivas, tratan de mostrar marcos de referencia para organizar el aprendizaje” (p. 35)

Las teorías de la instrucción son las respuestas a planteamientos psicopedagógicos y pretenden reconstruir el pensamiento del alumnado, al proporcionarle criterios de racionalidad para

seleccionar y organizar el conocimiento académico. A continuación, describimos algunas de las teorías de la instrucción más usadas.

4.3.1 Teoría de asimilación

Esta teoría sostiene que la interacción entre los nuevos conceptos y los ya existentes se realizan siempre de forma transformadora y que el producto final supone una modificación tanto de las nuevas ideas aprendidas como de los conocimientos ya existentes.

Esta teoría es un modelo de tres elementos: proceso de codificación, tipo diferente de resultado de aprendizaje, integración activa por el aprendiz de la nueva información con los esquemas cognitivos que ya posee.

En tal sentido, McGriff, (2012) afirma que “La esencia de la teoría de la asimilación reside en que los nuevos significados son adquiridos a través de la interacción de los nuevos conocimientos con los conceptos previos, existentes en la estructura cognitiva del que aprende, de esa interacción resulta un producto de aprendizaje en el que no solo la nueva información adquiere un nuevo significado sino también el subsumo adquiere significados adicionales.” (p.57)

4.3.2 Teoría de la elaboración

Según Coll (2019) “Esta teoría de la elaboración tiene por propósito de prescribir la mejor forma de seleccionar, estructurar y organizar los contenidos de instrucción para que inciten una óptima, adquisición, retención y transferencia del conocimiento significativo” (p.44)

Según Merrill (2019) “La teoría es un procedimiento óptimo para: a) Representar la estructura de conocimientos complejos. b) Pensar la secuencia ideal de materias complejas c) Determinar la estrategia óptima de presentación de esas materias complejas.” (p. 13)

En ese sentido Siemens (2018), la teoría de elaboración “constituye un intento loable de construir una teoría global de la instrucción; su aporte específico es que puede ayudar a los profesores a plantearse la complejidad y multiplicidad de elementos que configuran las transmisiones educativas al desarrollar, principalmente, macro estrategias para organizar la instrucción” (p.55)

4.4 El aprendizaje y el conocimiento

En el contexto académico, Merrill (2019) señala que “adquisición de conocimiento es sinónimo de recepción, internalización, agrupación, construcción (individual), transmisión, acumulación. Es decir, a la posesión del conocimiento en una mente única e individual” (p.33)

Desde esta óptica, Palomares (2020) sostiene que “el conocimiento está formado por conceptos, unidades básicas de información, que se pueden acumular, refinar y combinar para formar estructuras más complejas” (p.50) Y nuestro aprendizaje consiste en integrar mediante diversos mecanismos esos conocimientos en nuestras estructuras cognitivas individuales.

En ese sentido, si el conocimiento está constituido por unidades básicas, se deduce que en una actividad de aprendizaje colaborativo lo que hacen los estudiantes básicamente es transmitir e intercambiar información unos con otros. Por tanto, aprender un proceso de interacción educativa.

4.4.1 Memorias múltiples y el conocimiento

Según Fuster (2018) “Las memorias se almacenan en redes de neuronas que se hayan interconectadas en el cerebro. Se estima un número aproximado de cien mil millones de neuronas, que, con una media de mil conexiones por cada neurona, alcanzaría la cifra de cien billones de conexiones. Las redes de memorias perceptivas-declarativas-explicitas son distintas de las memorias motoras- procedimentales-implícitas y se organizan jerárquicamente a partir de las cortezas sensoriales y motoras primarias” (p.39)

Las memorias se pueden clasificar como:

1. Memorias explícitas o declarativas

“Es la memoria que tradicionalmente se denominaba memoria consciente y comprende los recuerdos conscientes acerca de personas, lugares, objetos, hechos y acontecimientos.”

2. Memorias implícitas o procedimental

“La memoria procedimental es considerada como un conjunto heterogéneo de capacidades cognitivas, aprendizajes y memorias, que se expresan a través de la acción y que no presentan acceso consciente, incluyen aprendizaje de estrategias cognitivas, aprendizaje de habilidades motoras, aprendizaje de hábitos, aprendizaje emocional, condicionamiento clásico y operante, aprendizajes prea sociativos, habituación y sensibilización.”

3. Memoria Semánticas

Según Marques (2019) “Es la memoria que se encarga del sistema de adquisición, retención y utilización de conocimientos sobre el mundo natural y social. Gracias a ella podemos representar objetos, personas, estados, relaciones” (p.87)

4.5 Diseño y estrategias de aprendizaje

Según Weinstein y Mayer (2020) “las estrategias de aprendizaje pueden ser definidas como conductas y pensamientos que un aprendiz utiliza durante el aprendizaje con la intención de influir en su proceso de codificación.”(p. 35).

Esta definición delimita dos componentes fundamentales de una estrategia de aprendizaje “los procedimientos que el estudiante despliega durante su proceso de aprendizaje con la intención de aprender y, las relaciones con una determinada manera de procesar la información a aprender para su óptima codificación”

Entre una de las tantas estrategias de aprendizaje podemos señalar el aprendizaje colaborativo. De hecho, es el siguiente punto a discutir.

4.5.1 Aprendizaje colaborativo

Stigliano y Gentile (2018) “Mencionan que el aprendizaje cooperativo se hace de forma grupal y los alumnos se organizan lo organiza el docente para que nos relacionemos o interaccionamos, ayudamos o recibimos ayuda para aprender un determinado tema fijado por el docente los resultados que persigue cada

miembro del grupo son beneficiosos para el resto de los integrantes del equipo” (p.14) Si un alumno conoce el tema los explica en beneficio del Grupo, diferentes ideas que coincidan van a enriquecer al Grupo, porque se trabaja en grupos con una mirada en la meta Estos grupos de trabajo deben ser pequeños de 4 a 6 alumnos.

Delgado (2015) afirma “El aprendizaje colaborativo se ha practicado en las escuelas de mucho tiempo atrás conscientemente e inconscientemente pero en los últimos 10 años se han realizado una serie de estudios sobre todo con la aparición crecimiento del Internet y las TIC donde los alumnos lo utilizan para aprender. El e-learning es el aprendizaje utilizando los libros, la radiocasetes de audio, CD, VCD, DVD ,etc. a distancia y el b-learning es reciente y aprendizaje combinado de entornos virtuales y físicos en el proceso de aprendizaje”(p.34).

4.5.2 Características del aprendizaje colaborativo

Sánchez (2010) manifiesta que “Los pasos para el método colaborativo: Se arma los grupos con un máximo de 4 estudiantes puede haber grupos pequeños, pero sería excepciones los integrantes del grupo asumen sus responsabilidades. Al final se evalúa los objetivos mediante una prueba sobre el trabajo elaborado por el grupo”(p.23)

Para que el trabajo colaborativo se pueda implementar en el salón de clase se debe seguir los siguientes pasos:

1. Capacitación donde se interiorice que: “Los estudiantes deben ser los actores activos del proceso enseñanza Aprendizaje.”
2. Fijar los logros de la sesión de clase.
3. Estructurar las actividades de la sesión de clase.
4. Se solicita un solo producto por cada sesión de aprendizaje: “(1 resumen escrito en el caso de la clase teórica, exposición, o un mapa conceptual u otro organizador visual en la clase de laboratorio).”
5. Seleccionar un participante de cada equipo o que ellos lo elijan “para que en la siguiente clase exponga los avances del grupo.”
6. El docente debe retroalimentar de manera constante.

4.6 Objetos de Aprendizaje

Según, Treviño (2011), un objeto de aprendizaje es una “Entidad informativa digital desarrollada para la generación de conocimiento, habilidades y actitudes, que tiene sentido en función de las necesidades del sujeto y que corresponde con una realidad concreta” (p.43)

Los objetos de aprendizaje son recursos como apoyo de los procesos de enseñanza a cualquier nivel educativo. Queda unificar criterios relacionados con el diseño instruccional y la aplicación a los diferentes niveles educativos. En ese sentido, los objetos de aprendizaje tienen dimensión didáctica y tecnología.

4.6.1 Características de los objetos de Aprendizaje

Dentro del marco general de la educación los objetos de aprendizaje se caracterizan por:

1. Reusabilidad.

“Deben ser reutilizados desde diferentes aplicaciones y accesibles a muchas personas simultáneamente en diferentes espacios y espacios para la gestión del aprendizaje”

2. Portabilidad.

“Deben ser utilizados en diferentes sistemas, con interfaces y protocolos acordados y normados con estándares para su fácil instalación”

3. Modularidad.

“Deben estar autocontenidos en la estructura, almacenados por catálogos, con criterios de búsqueda”

CAPÍTULO V

CONCEPTUALIZACIÓN MATEMÁTICA DE LOS SABERES PREVIOS Y EL TRABAJO COLABORATIVO

El desarrollo de las TIC promueve el acceso abierto de información. En ese contexto, el escenario educativo peruano se caracteriza principalmente por la búsqueda constante de nuevos paradigmas metodológicos que permitan optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, en tal sentido esta investigación busca proporcionar un nuevo enfoque para la optimización de la experiencia educativa.

5.1 Modelo matemático para caracterizar los saberes previos

5.1.1 Términos primitivos

Término primitivo 5.1.1 (Opinión). “Es una idea subjetiva y poco clara acerca de algo.”

Término primitivo 5.1.2 (Saber).

“Es un verbo que indica noticiarse o adquirir conocimiento de algo.”

Término primitivo 5.1.3 (Saber previo).

“Es la información que el individuo tiene almacenada en su memoria, debido a sus experiencias pasadas y permite estructuras ideas y conceptos.”

Término primitivo 5.1.4 (Saber verdadero).

“Es un saber metodológico generado durante experiencias educativas y permite esquematizar, estructurar e inferir.”

5.1.2 Definiciones

Definición 5.1.5 (Salón de clases).

El salón de clase es un conjunto finito $N \subseteq \mathbb{N}$ de individuos, a los cuales se le denominará estudiante.

Definición 5.1.6 (Saberes previos del estudiante).

El “perfil de saber previo para una situación particular” de cada estudiante $i \in N$ es un conjunto finito definido como $C_i = \{j_1, j_2, \dots, j_m\}$, tal que si $j \in C_i$, entonces i afirma que j es un saber verdadero. De manera opuesta, si $j \in C_i$ entonces i afirma que j no es un saber verdadero.

Definición 5.1.7 (Conjunto de saberes previos).

El perfil de saberes previos para los estudiantes del salón de clases N es un conjunto finito definido como: $\Omega = \{C_1, \dots, C_i, \dots, C_n; i \in N\}$, donde $n = \text{Card}(N)$.

Definición 5.1.8 (Opinión del estudiante).

El “perfil de opinión” de cada estudiante $i \in N$ es un conjunto numerable definido como O_i , tal que si $\delta \in O_i$, entonces δ le permite generar nuevas ideas.

Definición 5.1.9 (Conjunto de opiniones).

El perfil de opiniones para los estudiantes del salón de clase N es un conjunto definida como: $\Psi = \{O_1, \dots, O_i, \dots, O_n; i \in N\}$, donde $n = \text{Card}(N)$.

Definición 5.1.10 (Función de selección de opinión).

Si $P(B)$ el conjunto potencia de B y A el conjunto de todos los posibles perfiles de opiniones de los estudiantes, es decir $A = P(B)$.

Notamos con J a la Función de selección de opinión (FSO) $J : A \rightarrow P(B)$. Esto es, una FSO es una función que asigna a cada perfil de opinión un conjunto de opinión.

Definición 5.1.11 (Influencia de saber previo).

Decimos que j influye sobre $i \in N$ durante la experiencia educativa si ocurre lo siguiente: $j \in C_i$ si y sólo si $j \in A$.

Decimos que j influyente poco sobre $i \in N$ durante la experiencia educativa si sólo ocurre uno de los siguientes casos: si $j \in C_i$ entonces $j \in A$ o, si $j \in C_i$ entonces $j \in A$.

5.1.3 Axiomas

Axioma 5.1.12 *Si dos opiniones para un estudiante son “similares”, entonces la FSO los clasifica de la misma manera.*

Axioma 5.1.13 *Todo estudiante cuenta con al menos un saber previo.*

Axioma 5.1.14 *Dos estudiantes comparten al menos un saber previo.*

Axioma 5.1.15 *Para que todo estudiante comprenda un nuevo concepto debe tener por lo menos mas de un saber previo.*

Axioma 5.1.16 *Todo estudiante siempre tiene una idea poco precisa de algún concepto teórico.*

Axioma 5.1.17 *Al menos un estudiante se apoya sobre una opinión antes y durante la experiencia educativa.*

Axioma 5.1.18 *Todos los estudiantes no tienen la misma opinión.*

Axioma 5.1.19 *Todo estudiante elige de manera secuencial sus saberes previos necesarios para su experiencia educativa.*

Axioma 5.1.20 *Todo estudiante solo tiene la posibilidad de elegir una lista de saberes previos, los cuales serán considerados como saberes verdaderos.*

5.1.4 Enunciados del modelo

Lema 5.1.21 *Para todo $i \in N$ el conjunto $C_i \neq \emptyset$.*

Demostración: Todo $i \in N$ siempre procesa información y es evaluado para verificar la adquisición de algunos logros específicos, en ese sentido, el resultado se deduce del Axioma 5.1.13.

Lema 5.1.22 Para todo $i \in N$ el conjunto $O_i \neq \emptyset$

Demostración: Como todo $i \in N$ se encuentra dentro de un sistema educativo entonces al menos tiene algún recuerdo vago de algún concepto teórico tratado en clase. En ese sentido, el resultado se deduce del Axioma 5.1.16.

Lema 5.1.23 Para todo $i_1 \neq i_2$ con $i_1, i_2 \in N$ se tiene $C_{i_1} \cap C_{i_2} \neq \emptyset$.

Demostración: Como los $i_1, i_2 \in N$ se encuentran inmersos en un sistema educativo es evidente que su conocimiento es el resultado de una secuencia de contenidos, en ese sentido, el resultado se deduce del Axioma 5.1.14.

Lema 5.1.24 Para todo $i_1 = i_2$ con $i_1, i_2 \in N$ se tiene $O_{i_1} \cap O_{i_2} = \emptyset$.

Demostración: Como los $i_1, i_2 \in N$ procesan información de manera distinta, el resultado se deduce del Axioma 5.1.18.

Teorema 5.1.25 Para todo $i \in N$, se tiene $C_i \cap O_i = \emptyset$.

Demostración: El resultado es evidente por definición de saber previo y opinión.

Proposición 5.1.26 Para todo $i \in N$ existe un $j \in C_i$ que influye durante su experiencia educativa.

Demostración: Dado $i \in N$ por Lema 5.1.21, existe un $j \in C_i$. Además, por

Teorema 5.1.25 y Definición 5.1.11 se concluye lo solicitado.

Proposición 5.1.27 Dado $i \in N$ existen $j_1, j_2 \in C_i$ que influyen durante su experiencia educativa.

Demostración: El resultado se deduce por Axioma 5.1.15.

Proposición 5.1.28 Dado $i \in N$. La relación $f_i: C_i \rightarrow \{0,1\}$ que indica la elección del estudiante i sobre la pertinencia del saber previo j antes de la experiencia educativa es una función.

Demostración: En efecto; dados $j_1, j_2 \in C_i$, demostraremos que si $j_1 = j_2$ entonces $f_i(j_1) = f_i(j_2)$. Para tal fin, utilizaremos la demostración por el absurdo. Supongamos que $f_i(j_1) \neq f_i(j_2)$ entonces $(f_i(j_1) = 0 \wedge f_i(j_2) = 1) \vee (f_i(j_1) = 1 \wedge f_i(j_2) = 0)$. Si elegimos el caso $(f_i(j_1) = 0 \wedge f_i(j_2) = 1)$ entonces j_1 no es un saber previo pertinente para el estudiante antes de la experiencia educativa. Luego, no es un saber verdadero; es decir $j_1 \notin C_i$. pero por hipótesis se tiene $j_1 = j_2$. Por lo tanto; $j_2 \notin C_i$ lo que implica que $f_i(j_2) = 0$ lo cual, es una contradicción, pues por hipótesis $f_i(j_2) = 1$. Por un razonamiento totalmente análogo se deduce el caso $f_i(j_1) = 1 \wedge f_i(j_2) = 0$ también conduce a una contradicción. Por lo tanto $f_i: C_i \rightarrow \{0,1\}$ es una función.

Observación 5.1.29 La proposición anterior, señala que el estudiante i genera su conjunto de saberes previos $\partial f_i = \{f_i(j_1), \dots, f_i(j_m)\}$ que influyen para su experiencia educativa particular. Además, cada f_i es considerado por el estudiante el conjunto de saberes verdaderos.

Lema 5.1.30 Dado $i \in N$, el conjunto ∂f_i es no vacío.

Demostración: El resulta es consecuencia de la Proposición 5.1.27.2

Lema 5.1.31 Dado $i \in N$, existe un único ∂f_i tal que $\partial f_i \subset C_i$.

Demostración: En efecto; la existencia está garantizada por el Lema 5.1.30, mientras que la unicidad es consecuencia del Axioma 5.1.20

Observación 5.1.32 Por otra parte, es evidente que para una experiencia de aprendizaje particular cada estudiante $i \in N$ debe asignar un peso (valor de importancia) para elegir el más adecuado $C_i \in \Omega$ con la finalidad de crear su lista ∂f_i . Luego si definimos la función $v : P(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$ que asigna a cada $S \in P(\Omega)$ un número real y denotamos por Δ^Ω al conjunto de todos los saberes previos definidos sobre Ω clasificados según su importancia. Es decir:

$$\Delta^\Omega = \{v \mid v : P(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}, v(\emptyset) = 0\}$$

e introducimos las operaciones:

$$+ : \Delta^\Omega \times \Delta^\Omega \rightarrow \Delta^\Omega, (v, w) \rightarrow v + w$$

$$- : \mathbb{R} \times \Delta^\Omega \rightarrow \Delta^\Omega, (\alpha, w) \rightarrow \alpha \cdot w$$

definidas por:

$(v + w)(S) = v(S) + w(S)$, $(\alpha \cdot v)(S) = \alpha \cdot v(S)$. Para cualquier $S \in P(\Omega)$, entonces la terna $(\Delta^\Omega; +, \cdot)$, es un espacio vectorial.

Proposición 5.1.33 El conjunto $\{u_{\partial f_i} \in \Delta^\Omega \mid \partial f_i \in P(\Omega), i \in N\}$, donde:

$$u_{\partial f_i}(S) \begin{cases} 1 & \text{si } \partial f_i \subseteq S \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

es linealmente independiente.

Demostración: Para tal fin, demostraremos; dado $\alpha_1 u_{\partial f_1} + \alpha_2 u_{\partial f_2} + \dots + \alpha_i u_{\partial f_i} + \dots + \alpha_n u_{\partial f_n} = 0$ demostraremos que $\alpha_i = 0$ para todo $i \in N$.

En efecto; por definición se tiene $\alpha_1 u_{\partial f_1} + \alpha_2 u_{\partial f_2} + \dots + \alpha_i u_{\partial f_i} + \dots + \alpha_n u_{\partial f_n} = 0$. Luego $(\alpha_1 u_{\partial f_1} + \alpha_2 u_{\partial f_2} + \dots + \alpha_i u_{\partial f_i} + \dots + \alpha_n u_{\partial f_n})(S) = 0(S)$ para todo $S \in P(\Omega)$.

Por lo tanto; $\alpha_1 u_{\partial f_1} + \alpha_2 u_{\partial f_2} + \dots + \alpha_i u_{\partial f_i} + \dots + \alpha_n u_{\partial f_n} = 0$. Sin pérdida de generalidad elegimos un $i \in N$ arbitrario tal que, $\partial f_i \subset C_i$.

Por Lema 5.1.31 ∂f_i es único, y como $C_i \subset S$ pues $S \in P(\Omega)$ se tiene por definición de $u_{\partial f_i}(S)$ que $\alpha_i = 0$. Por lo tanto; es posible afirmar que para todo $i \in N$ ocurre que $\alpha_i = 0$.

Luego $\{u_{\partial f_i} \in \Delta^\Omega \mid \partial f_i \in P(\Omega), i \in N\}$, es linealmente independiente.

5.2 Modelo matemático para los grupos de trabajo colaborativo

Para definir matemáticamente el trabajo colaborativo, es necesario analizar las relaciones que se establecen entre los estudiantes del salón de clase, así como también las acciones durante la experiencia de aprendizaje.

5.2.1 Definiciones

Definición 5.2.1 (Estudiante)

Es un elemento del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$, que será denotado por i .

Definición 5.2.2 (Acción del estudiante).

Es una acción ejecutada por un elementos del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$. Luego la expresión σ_k^i indica la k -ésima acción del estudiante i .

Definición 5.2.3 (Conjunto de acciones)

Es el conjunto formado las todas las acciones del estudiante i respecto a otro integrante dentro de su grupo de trabajo colaborativo durante la experiencia de aprendizaje. Es decir, $D_i = \{\sigma_1^i, \sigma_2^i, \dots, \sigma_k^i\}$

Observación 5.2.4 Si definimos el conjunto $D = D_1, D_2, \dots, D_n$ entonces $\zeta \in D$ representara el perfil de todas las acciones de los integrantes del grupo de trabajo durante la experiencia educativa.

Es evidente que el docente debe valorar las acciones de los integrantes de cada grupo de trabajo, para tal fin utiliza una rubrica, luego es posible definir dicha valoración de la siguiente manera.

Definición 5.2.5 (Función utilidad de acciones)

Es una aplicación $U_i : D \rightarrow [0, 1]$ que asigna un valor específico a cada perfil de acción del alumno i .

Por lo expuesto anteriormente es posible denotar a la experiencia de aprendizaje colaborativo por medio del conjunto $\Lambda = \{D_1, D_2, \dots, D_n ; U_1, U_2, \dots, U_n\}$.

En el caso $N = \{1,2\}$ es decir, solo existe un grupo formado por dos alumnos, se deduce que si, $D_1 = \{\sigma_1^1, \sigma_2^1, \dots, \sigma_Q^1\}$ para el estudiante 1 y , $D_2 = \{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_R^2\}$ para el estudiante 2, entonces para representar la función utilidad utilizada por el docente se define las matrices A y B tal que $A_{ij} = U_1(\sigma_i^1, \sigma_j^2)$ y $B_{ij} = U_2(\sigma_i^1, \sigma_j^2)$. Por lo tanto; se puede representar el trabajo colaborativo en una matriz bidimensional de la forma $\Lambda = (A, B_t)$.

		Alumno 2		
		σ_1^2	...	σ_R^2
Alumno 1	σ_1^1	(A_{11}, B_{11}^T)	...	(A_{1R}, B_{1R}^T)
	·	·		·
	·	·		·
	·	·		·
	σ_Q^1	(A_{Q1}, B_{Q1}^T)	...	(A_{QR}, B_{QR}^T)

Dicha matriz está formada por las utilidades evaluadas en los perfiles de acciones.

Observación 5.2.6 Una acción mixta es una distribución de probabilidad sobre las acciones de un estudiante. Cada acción mixta corresponde a un punto p del simplex de acciones mixtas:

$$\Delta_Q = \left\{ p = (p_1, \dots, p_Q) \in \mathbb{R}^Q : p_q \geq 0, \sum_{q=1}^Q p_q = 1 \right\}$$

En caso específico de dos estudiantes en la experiencia de aprendizaje se obtiene el perfil de acciones (p, q) con

$$p \in \Delta_Q, q \in \Delta_R$$

donde podemos expresar que

$$U_1(p, q) = p \cdot Aq, U_2(p, q) = p \cdot B^T q = q \cdot Bp$$

Denotemos como s_n a una acción, del estudiante n . Se dice que una s_n , es estrictamente 0 dominada por una estrategia s'_n , si para cada perfil de acción

$$S_{-n} = (S_1, \dots, S_{n-1}, S_{n+1}, \dots, S_N)$$

de los integrantes del mismo grupo que el estudiante n siempre mejora si usa s'_n en lugar de s_n , este razonamiento está sustentado por el enfoque socio constructivista de la educación.

$$\forall S_{-n}; U_n(s'_n, S_{-n}) > U_n(s_n, S_{-n})$$

El equilibrio es un proceso de elección de acciones a través de su utilidad o valoración, dicho proceso se puede aplicar sobre acciones puras o mixtas. Un perfil de acción $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ es un equilibrio si y solo si:

$$\forall n, \forall s_n \neq s_n^* : U_n(s_n^*, s_{-n}^*) \geq U_n(s_n, s_{-n}^*)$$

En ese sentido, cada acción s_n^* de los estudiantes es una mejor respuesta (MR) a las estrategias de sus compañeros de grupo:

$$\forall n: s_n^* = MR(s_{-n}^*)$$

Donde:

$$MR_{(s_{-n})} = \arg_{s_n} \max U_n(s_n, s_{-n})$$

El conteo de acciones específicas para un estudiante durante el periodo de tiempo que dura el contenido de la programación curricular, se determina como el cociente de las acciones y el número de sesiones de clase donde participo. La suma de todas estas ocurrencias para todos los estudiantes, dividida entre el número de estudiantes genera un promedio de ocurrencia por sesión de clase de la experiencia de enseñanza, tal como se puede apreciar en la Ecuación.

$$OPP = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{j(i)}{p(i)}}{N}$$

Este mismo procedimiento se realiza para calcular la ocurrencia promedio de acciones por minuto, sustituyendo la cantidad de sesiones de clase por la cantidad de minutos que dura esta, tal como se puede observar en la Ecuación.

$$OPM = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{j(i)}{m(i)}}{N}$$

donde:

1. OPP = ocurrencia promedio de acciones por clase.
2. OPM = ocurrencia promedio de acciones por minuto.
3. N = número de estudiantes matriculados en la sección.
4. $j(i)$ = número de ocurrencia de acciones j del estudiante i en la sesión de clase.
5. $p(i)$ = número de participaciones por el estudiante i en el curso.
6. $m(i)$ = número de minutos de participación del estudiante i en el curso.

Ambas ecuaciones proveen información sobre la ocurrencia de las participaciones de los estudiantes en roles específicos dentro de su grupo de trabajo. De forma analítica, la OPM permite mayor precisión y evita ambigüedad en el promedio de ocurrencia que se obtiene para cada rol. A partir de la OPM es posible realizar un análisis de “eficiencia por minutos participados” en la experiencia de aprendizaje.

CAPÍTULO VI

MODELO MATEMÁTICO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE INTERESES DE LOS ESTUDIANTES

La importancia de conocer los intereses de los estudiantes durante actividades colaborativas en las sesiones de clase conlleva a recolectar información mediante herramientas tradicionales como son las entrevistas y encuestas, estos métodos han demostrado ser ineficientes, al momento de recolectar la mayor cantidad de intereses de los estudiantes en tiempo y alcance. Por tal motivo proponemos el desarrollo de un método automatizado que implemente un algoritmo social basado en la interacción humana.

Para tal fin usaremos de la teoría de conjuntos, se formalizarán los diferentes escenarios del algoritmo social basado en las interacciones de los estudiantes durante actividades colaborativas. El algoritmo social cuenta con los siguientes componentes: estudiante, sección, grupo de trabajo e intereses; los componentes estudiantes, sección y grupo de trabajo pueden ser considerados conjuntos, donde los intereses son los elementos de estos conjuntos, los cuales serían cuantificados mediante el valor estadístico moda.

El componente que desencadena el flujo de intereses es el estudiante cuando se une a una sección, es el estudiante quién define los intereses del grupo, al convirtiéndose en un miembro participativo; además de estos escenarios el estudiante podrá retirarse, abandonar el grupo según la responsabilidad de los integrantes del grupo, causando flujo de intereses en los componentes.

En esta tesis se formaliza el escenario del algoritmo social, haciendo uso de la teoría de conjuntos y se propone un modelo matemático para calcular el valor moda del interés de cada uno de los componentes que agrupan intereses como son la sección, estudiante y grupo de trabajo.

6.1 Axiomas

Axioma 6.1.1 *La institución educativa cuenta con una plataforma educativa.*

Axioma 6.1.2 *Todo trabajo colaborativo durante la experiencia educativa ocurre siempre dentro de la plataforma educativa de la institución.*

Axioma 6.1.3 *Todos los estudiantes tienen un celular.*

Axioma 6.1.4 *Por lo menos un estudiante tiene una cuenta activa en la plataforma.*

Axioma 6.1.5 *Todo estudiante puede crear interacciones, generar empatías y recomendar acciones dentro de su grupo de trabajo.*

Axioma 6.1.6 *Siempre en el salón de clase por lo menos dos estudiantes tienen algún interés en común.*

Axioma 6.1.7 *Todo estudiante podría retirarse de su grupo de trabajo si y sólo si no tiene intereses comunes con los demás integrantes.*

6.2 Modelo conjuntista para caracterizar a los estudiantes

6.2.1 Estudiante

El estudiante (Persona que usa la aplicación) es el componente desencadenador del algoritmo social, pues tiene la necesidad de formar parte de un grupo de trabajo colaborativo, donde sus integrantes comparten intereses comunes.

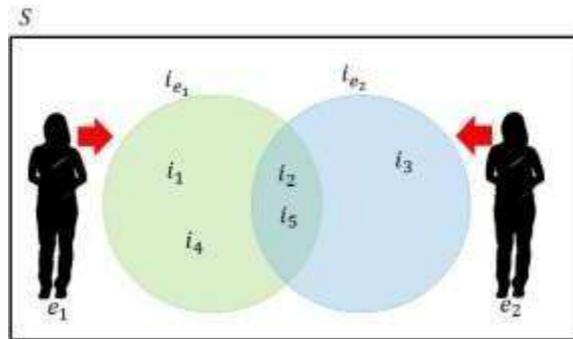


Figure 6.1: **Estudiante.**

En la Figura 6.1, el estudiante e_1 al unirse a la sección S es un candidato potencial de algún grupo de trabajo. Es evidente que e_1 tiene intereses i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 , los cuales pueden reunirse en el conjunto $i_{e_1} = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5\}$. Lo mismo ocurrirá con cualquier otro estudiante, por ejemplo para e_2 el tendrá sus propio conjunto de intereses $i_{e_2} = \{i_2, i_3, i_5\}$.

6.2.2 Formalización del estudiante

El Axioma 6.1.3 garantiza que todos los estudiantes del salón de clase S tienen un celular. Por lo tanto; puede ser formalizado de la siguiente manera:

$$S = \{u \mid u \text{ tiene celular}\}$$

Entonces podemos formalizar al estudiante de la siguiente manera:

$$U = \{u_a(lat,lon) \mid u_a(lat,lon) \text{ tiene celular y cuenta activa}\}$$

Donde,

1. *a*. Es el identificador único del estudiante y el orden de registro en la plataforma educativa.
2. *lat*. Es la cantidad de veces que el estudiante interactúa (busca información pertinente a lojada previamente por el docente) con la plataforma educativa.
3. *lon*. Es tiempo que el estudiante interactúa con los demás miembros del grupo de trabajo.

6.3 Modelo conjuntista para caracterizar a los grupos de trabajo

6.3.1 Grupo de trabajo

Un grupo de trabajo es un ente autónomo, creado por el docente para afrontar una experiencia educativa particular, tiene por objetivo construir el conocimiento por medio de la socialización de intereses comunes, permitiéndoles interactuar dentro de ellas. Cuando el estudiante se une a un grupo se convierte en un miembro participativo de ella, dándole las facultades de interactuar con otros miembros, es así como en la Figura 6.2 se observa a varios estudiantes, interactuando dentro de su grupo de trabajo.

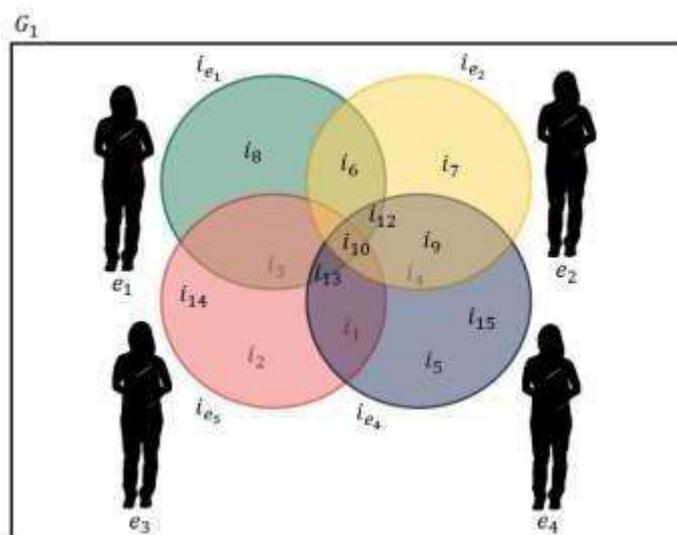


Figure 6.2: **Grupo de trabajo.**

Si llevamos el concepto de grupo de trabajo al plano matemático, indicaremos que un grupo de trabajo es un conjunto de intereses y sus miembros son subconjuntos, como se puede observar en la Figura 6.2. El grupo de trabajo, además de recolectar los intereses de sus miembros, también tiene el propósito de medir la frecuencia con la que se repite un interés dentro de ella, haciendo uso del valor estadístico moda. Un grupo de trabajo además de ser el ente que agrupa personas con intereses comunes, también ocupa un espacio (descrito por el tiempo de interacciones de sus miembros) dentro de la plataforma educativa.

6.3.2 Formalización del grupo de trabajo

Si C es el conjunto que representa al universo de los grupos de trabajo creados en el sistema educativo por el docente entonces:

$$C = G_{aj(lat,lon)r} | u_a(lat,lon) \in G_{aj(lat,lon)r}$$

Donde,

1. *a*. Es el identificador del usuario que creo el grupo de trabajo colaborativo.
2. *j*. Es el identificador único del grupo de trabajo y el orden de creación en la plataforma educativa.
3. *lat*. Es la cantidad de interacciones de los miembros del grupo dentro de la plataforma educativa.
4. *lon*. Es tiempo que los integrantes del grupo demoran para terminar la actividad educativa.
5. *r*. Es el tiempo que los grupos de trabajo son asistidos por el docente.

6.3.3 Características del grupo de trabajo

El grupo de trabajo colaborativo es considerado como el resultado de sus integrantes, es decir; se convierte interpretativamente en un estudiante más del salón de clase, con la facultad adicional de contar con mucho más capacidad reflexiva y auto evaluadora. Pues, otorga a sus miembros facultades para interactuar entre ellos.

Por otro lado; cabe mencionar que los intereses del grupo, son el resultado de los intereses de sus miembros. En ese sentido, cada integrante del grupo de trabajo es un subconjunto de el, sus elementos son sus intereses, los cuales sufren un incremento de su valor moda, mediante el uso de funcionalidades como:

1. Empatía entre miembros.
2. Identificación con el grupo.
3. Responsabilidad.
4. Cohesión.
5. Participación.

Observación 6.3.1 Si el colegio es visto como una colección de secciones, entonces es posible identificar al conjunto M de todos los integrantes de las secciones existentes como la colección de los C_{ajk} . Donde,

1. a . Es el identificador del estudiante.
2. j . Es el identificador único de la sección y el orden de creación en la plataforma educativa.
3. K . Es el identificador único del grupo de trabajo al cual pertenece y señala el orden del integrante en el grupo.
4. ajK . Es el identificador de cada estudiante en la sección C_{aj} .

6.4 Modelo matemático para valorar el valor de la moda de los intereses

Los intereses son los elementos cuantificables dentro del algoritmo que permitirán realizar procesos estadísticos para identificar las principales necesidades de actividades educativas. En el plano matemático, los intereses son elementos de las estudiantes, grupos de trabajo y el salón

de clase, los cuales se comportan como conjuntos dentro del algoritmo social y a la vez son cuantificados a través de valor moda.

6.4.1 Formalización de los intereses

Si I el conjunto que representa al universo de intereses existentes, entonces ella se define como:

$$I = \{i_1, i_2, \dots, i_l\}$$

Donde,

l . Es el identificador único de interés en el universo de intereses.

Observación 6.4.1

1. Universo de intereses.

Si I_{aj} es el conjunto que representa al universo de intereses del salón de clase, entonces:

$$I_{aj} = \{x \mid x \text{ es un interés que pertenece a la sección } C_{aj}\}$$

Donde, $i_{jl} R m \in C_{aj}$ y,

(a) i_{jl} . Identificador único del interés i_l dentro de la sección C_{aj} .

(b) R . Contador del interés i_l de la sección C_{aj} .

(c) m . Valor moda del interés i_{jl} .

2. Intereses de los grupos de trabajo.

Si I_{ajk} es el conjunto que representa al universo de intereses del grupo de trabajo G_{ajk} , entonces:

$$I_{ajk} = \{x \mid x \text{ es un interés que pertenece al grupo } G_{ajk}\}$$

Donde, $i_{ajkl} s n \in I_{ajk}$ y,

(a) i_{ajkl} . Identificador único del interés i_l dentro del grupo G_{ajk} .

(b) s . Contador del interés i_l para el grupo G_{ajk} .

(c) n . Valor moda del interés i_{ajkl} .

3. Intereses de los estudiantes.

Si I_a es el conjunto que representa al universo de intereses del estudiante u_a , entonces:

$$I_a = \{x \mid x \text{ es un interés que pertenece al estudiante } u_a\}$$

Donde, $i_{ajlpq} \in I_a$ y

(a) i_{ajl} . Identificador único del interés i_l dentro del estudiante u_a .

(b) p . Contador del interés i_l del estudiante u_a .

(c) q . Valor moda del interés i_{ajl} .

6.5 Creación de los grupos de trabajo

El docente puede crear n equipos de trabajo colaborativo dentro de la plataforma educativa, pero este no puede controlar o moderarla, ya que es un ente autónomo dentro del sistema, es decir que una vez creada no podría ser borrada. Para que un docente cree un grupo debe definir su nombre, una indicación de las acciones que deben ejecutar sus miembros, definir los intereses iniciales del grupo de trabajo y los objetivos educativos para la sesión de clase. Luego; para cada $u_{a(lat,lon)} \in U$ existe un único $G_{aj(lat,lon)r}$. Entonces podemos definir por comprensión el conjunto de intereses de la sección representado por I_{aj} , el conjunto de intereses del grupo de trabajo representado por I_{ajk} y el conjunto de intereses del estudiante representado por I_a de la siguiente manera:

$$I_{aj} = \{i_{jLR_m} \mid i_{jLR_m} = i_l \wedge G_{aj(lat,lon)r}\}$$

$$I_{ajk} = \{i_{jls_n} \mid i_{jls_n} = i_l \wedge i_{jls_n} \in I_{aj}\}$$

$$I_a = \{i_{alpq} \mid i_{alpq} = i_l \wedge i_{alpq} \in I_{ajk}\}$$

A continuación, se describe el proceso que sigue el algoritmo en la plataforma educativa cuando un docente crea los grupos de trabajo.

6.5.1 Algoritmo

1. El estudiante $u_{i(lat,lon)}$ genera su conjunto de intereses I_i ; al momento de ingresar a la sección, estos intereses inician con valor moda m , por ser intereses significativos para la sección.
2. El estudiante $u_{i(lat,lon)}$ pasa a ser un integrante del grupo $G_{ij(lat,lon)r}$. El interés del grupo, inicia con valor moda n .

3. Los nuevos intereses adquiridos por el estudiante $u_j(lat,lon)$ se agregan a I_j he inicializa convalor moda q .

4. La notación que usaremos para nombrar a un miembro dentro de una sección

es S_{ijk} , la cual indica que el estudiante $u_i(lat,lon)$ es miembro $G_{ij(lat,lon)}r$ dentro de la sección c_{ij} .

El valor moda de los intereses tanto para la sección, grupo de trabajo y estudiante se calcularán a través de las siguientes fórmulas.

1. Valor moda para los intereses de la sección.

Como $G_{aj(lat,lon)} r \in M$, existe $i_{jlRm} \in I_{aj}$, entonces:

$$VMI(i_{jlRm}) = zm + (-1)^w VMI(i_{ajkls_n}) \begin{cases} m = 0 & \text{si } z = 0 \\ m = 1 & \text{si } z > 1 \end{cases}$$

Donde,

(a) i_{jl} , es el Identificador único del interés i_l dentro de la sección c_{aj} .

(b) R , es el contador del interés i_l para la sección c_{aj} .

(c) m , es el Valor moda actual del interés i_{jl} .

(d) w , es par para operaciones que incrementan el valor moda de los intereses de la sección e impar en operaciones que disminuyen el valor moda de los intereses de la sección.

(e) el valor de z queda definido bajo la siguiente relación:

$$z = \begin{cases} 0 & \text{si } i_{jl} \notin I_{aj} \\ 1 & \text{si } i_{jl} \in I_{aj} \end{cases}$$

2. **Valor moda para los intereses del grupo de trabajo.** Como $c_{ajk} \in M$, existe i_{ajkls_n}

$\in I_{ajk}$, entonces

Donde,

$$VMI(i_{ajkls_n}) = zd + d \begin{cases} n = 0 & \text{si } z = 0 \\ n > 0 & \text{si } z = 1 \end{cases}$$

(a) i_{ajkl} , es el Identificador único del interés i_j dentro del grupo G_{ajk} .

(b) s , es el contador del interés i_j para el grupo G_{ajk} .

(c) n , es el Valor moda actual del interés i_{ajkl} .

(d) d , es (+1) cuando el estudiante se une al grupo y es 0 cuando el estudiante se retira del grupo.

(e) z , es 0 si $i_{ajkl} \notin I_{ajk}$ o 1 si $i_{ajkl} \in I_{ajk}$.

Valor moda para los intereses del estudiante.

Como $u_a(lat, lon) \in U$, existe $i_{alpq} \in I_a$, entonces

$$VMI(i_{alpq}) = zp + (-1)^w VMI(i_{ajkl_s_n}) = \begin{cases} q = 0, & \text{si } z = 0 \\ q > 0, & \text{si } z = 1 \end{cases}$$

Donde,

(f) i_{al} , es el Identificador único del interés i_l en el estudiante u_a .

(g) p , es el contador del interés i_l para el estudiante U_a .

(h) q , es el Valor moda actual del interés i_{al} .

(i) w , es par para operaciones que incrementan el valor moda de los intereses de la sección e impar en operaciones que disminuyen el valor moda de los intereses de la sección.

(j) el valor de z queda definido bajo la siguiente relación:

$$z = \begin{cases} 0 & \text{si } i_{al} \notin I_{aj} \\ 1 & \text{si } i_{al} \in I_{aj} \end{cases}$$

CAPÍTULO VII

RESULTADOS

7.1 Análisis de resultados

Primera. - Se ha comprendido los saberes previos de los estudiantes usando argumentos axiomáticos. Además, está cristalizado la formulación propuesta se sustenta en el empirismo y se hautilizado el racionalismo matemático para extraer su contenido.

Segunda. - Se ha comprobado que es posible hallar una interpretación matemática para la interacción del trabajo colaborativo.

Tercera. - Se ha evidenciado que se puede modelar los saberes previos, la interacción de los integrantes de los grupos de trabajo colaborativo en términos de las estructuras algebraicas.

Cuarta.- Se ha logrado obtener un algoritmo social que crea los grupos de trabajos colaborativos y conceptualiza los intereses de sus integrantes.

Quinta. - Se ha utilizado una propuesta axiomática para proponer un modelo cuantitativo que permitan identificar el interés de los estudiantes durante una sesión de clase.

CAPÍTULO VIII

DISCUSIÓN

8.1 Discusión de resultados

El modelamiento matemático del interés de los estudiantes durante una sesión de clase que se ha intentado resolver desde que se inventó el concepto de "logro de aprendizaje". Algunos autores argumentan que la complejidad de este problema se deriva de la falta de datos significativos en tiempo real sobre el rendimiento de los estudiantes durante la instrucción. En esta situación que una persona con su ingenio crea nuevos marcos conceptuales de discusión para resolver problemas complejos. Esta es la medida que aplicamos en este estudio. En otras palabras, tomamos los componentes conceptuales de la educación y el sistema axiomático de conceptos, actividades y conjuntos para analizar la dinámica, características e interés de los estudiantes. Hemos logrado resultados asombrosos, pero ciertamente dejamos atrás la más trascendental revelación o imaginación. Sin embargo, pudimos demostrar que la conceptualización matemática se correlaciona con el interés de los estudiantes y también nos proporciona la abstracción necesaria para crear plataformas informáticas que impulsen el proceso de intercambio de información y conocimiento en el aula.

CAPÍTULO IX

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1 Conclusiones

- a) El modelo matemático construido es una propuesta que considera la naturaleza continua de la variación en el rendimiento académico y explica los intereses de cada miembro de un grupo de estudio y los intereses de los miembros de cada grupo de estudio.
- b) El modelo utiliza un formalismo matemático simple en su configuración, evitando una modificación radical de sus observaciones clásicas, como el conjunto.
- d) En general, concluimos que los modelos matemáticos apoyan el análisis de los intereses de cada miembro del grupo de trabajo durante una determinada experiencia formativa.
- e) Este estudio representa la fusión de dos departamentos; matemáticas y educación, lo que conduce a una combinación de reglas para el intercambio uno a uno.

9.2 Recomendaciones

Las recomendaciones son las siguientes:

- a) El seguimiento del aprendizaje es uno de los paradigmas de la educación, según nuestra propuesta, el trabajo futuro sería el desarrollo de un software que permita actuar a dicho docente.
- b) Desarrollar un algoritmo para idear un software que automatice el seguimiento de los intereses de cada estudiante mediante una metodología colaborativa.
- c) Aplicar un marco de interpretación matemática de la teoría del álgebra relacional para diferentes paradigmas educativos.
- d) Ampliar nuestra propuesta de interpretación al dominio de las estructuras algebraicas relacionales.

Referencias

- [1] Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1997). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo..* México, Trillas
- [2] Barbería, G. (2002). *El trabajo colaborativo y el rendimiento académico.* [Tesis de Maestría. Universidad de Navarra.] Repositorio institucional: https://58502_Barberia%20P%C3%A9rez,%20Garbi%C3%B1e.pdf
- [3] Castellanos, M. (2018). *Trabajo colaborativo para mejorar el monitoreo y acompañamiento en la aplicación de estrategias de comprensión lectora en la institución educativa No. 31242.* [Tesis de Maestría. Universidad de San Ignacio de Loyola.] Repositorio institucional: http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/4614/3/2018_CASTELLANOS_QUIROZ_MIGUEL.pdf
- [4] Coll, C. (2018) *Constructivismo e intervención educativa. Como enseñar lo que hay que construirse.* In E. Barbera, A. Bolívar, J. Calvo, C. Coll, J. Fuster, M. García et al. (Eds.), *El constructivismo en la práctica [Constructivism in Practice]* (pp. 5-36). Madrid: Grao.
- [5] Delgado K. (2015). *Aprendizaje colaborativo, Teoría y Práctica.* Colombia Ed.Magisterio.

- [6] Fadul, A. (2004). *Diseño Estructurado de Algoritmos*. Colombia: Sincelajo.
- [7] Guardales, R. (2018). *Teoría de los juegos; Juegos cooperativos (Matemáticas)*. Recuperado de: <http://cybertesis.uni.edu.pe/handle/uni/3717>
- [8] Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2006) . *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- [9] Hootsuite y We Are Social (2021). *Report digital 2021*
<https://wearesocial.com/es/blog/2021/01/digital-report-2021>
- [10] Merrill M. (2019): . *Content analysis vía concept elaboration theory*. Journal of instructional development, 1,1,10-13.
- [11] Marques P. y Sancho, J. (2018) . *Cómo Introducir y utilizar el ordenador en la clase*. Barcelona, CEAC.
- [12] McGriff, S. (2020). *Knowledge base. Instructional design y development*. Instructional systems design models.
- [13] MacLane, S. (1971). *Categories for the Working Mathematician*. Springer:

Berlín, Heidelberg, New York, 2nd ed. 1998

- [14] Palomares, J. (2006). *La práctica docente y el trabajo colaborativo en educación superior*. [Tesis de Doctorado. Universidad de Jaén.] Repositorio institucional <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=111566>
- [15] Popper, K. (1985). *La lógica de la investigación científica*. 1º ed., Trad. de Víctor Sánchez, Madrid: Tecnos
- [16] Roselli, N. (2016). *El aprendizaje colaborativo: Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria*. Propósitos y Representaciones, 4(1), 219280. doi: <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.90>
- [17] Sánchez G. (2010). *Técnicas Docentes y Sistemas de Evaluación en Educación Superior*. S.A. Madrid - España. Ed. Narcea.

- [18] Siemens , G. (2004) *Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital*.
Disponble en [http://www.educationau.edu.au/jahia/webdav/site/myjahiasite/shared/globalsummit/gs2006_siemens.pdf](http://www.educationau.edu.au/jahia/webdav/site/myjahiasite/shared/globalsummit/globalsummit/gs2006_siemens.pdf)
- [19] Stigliano D. y Gentile D. (2015) *Dispositivos y estrategias para el trabajo grupal en el aula*. El aprendizaje cooperativo en Acción. Ed. Homosapiens. Argentina.
- [20] Solorzano, G. (2019) *Modelo categórico del proceso enseñanza- aprendizaje*. [Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión.] Repositorio institucional: <http://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/UNJFSC/4507>
- [21] Salvador, C (2020) *Teoría de conjuntos*. Ed. Universidad de Cartagena.
- [22] Stigliano D y Gentile D. (2006). *Enseñar y Aprender en Grupos Cooperativos*. Comunidades de Dialogo y Encuentro. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- [23] Trevino, M. (2011) . *Objetos de Aprendizaje: Guía Metodológica Para el Diseño y Evaluación de Objetos de aprendizaje*. Edit. Comunicación Social Ediciones Y Publicaciones. Espanta.
- [24] Valor, J. (1998). *Axiomatización conjuntista de las teorías de la ciencia experimental*. Lluli. Vol 21, 1998, 195-224