

**UNIVERSIDAD NACIONAL
JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN**



ESCUELA DE POSGRADO

TESIS

**EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL DESARROLLO DE
COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL
QUINTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA “PEDRO PAULET MOSTAJO ” DE HUACHO, 2019**

PRESENTADO POR:

CÉSAR WILFREDO VÁSQUEZ TREJO

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**

ASESOR:

Dra. JULIA MARÍA YABAR RAYO

HUACHO - 2021

**EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL DESARROLLO DE
COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL
QUINTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA “PEDRO PAULET MOSTAJO ” DE HUACHO,2019**

CÉSAR WILFREDO VÁSQUEZ TREJO

TESIS DE DOCTORADO

ASESOR: DRA. JULIA MARÍA YABAR RAYO

**UNIVERSIDAD NACIONAL
JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN
ESCUELA DE POSGRADO
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
HUACHO
2021**

DEDICATORIA

A Jesucristo, por darme salud en estos momentos tan difíciles que vivimos.

A Lucinda, mi madre, por todo el amor incondicional que me entrega y logró formar en mí ser una persona de trabajo y con ética.

A Nélide, mi esposa, por acompañarme en todo momento de mi vida para labrar juntos un futuro con éxito para nuestros hijos Andrea y Neptalí.

César Wilfredo Vásquez Trejo

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento muy especial a la M(o). Nilo Tello Pandal. Por su acertada orientación estadística en la elaboración de los resultados de la presente investigación.

César Wilfredo Vásquez Trejo

ÍNDICE

DEDICATORIA	iii
AGRADECIMIENTO	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE TABLAS	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
RESUMEN	x
ABSTRACT	xi
INTRODUCCIÓN	xii
CAPÍTULO I	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1 Descripción de la realidad problemática	1
1.2 Formulación del problema	2
1.2.1 Problema general	2
1.2.2 Problemas específicos	2
1.3 Objetivos de la investigación	3
1.3.1 Objetivo general	3
1.3.2 Objetivos específicos	3
1.4 Justificación de la investigación	3
1.5 Delimitaciones del estudio	4
1.6 Viabilidad del estudio	4
CAPÍTULO II	5
MARCO TEÓRICO	5
2.1 Antecedentes de la investigación	5
2.1.1 Investigaciones internacionales	5
2.1.2 Investigaciones nacionales	7
2.2 Bases teóricas	8

2.2.1	Uso del software GeoGebra	8
2.2.1.1	El Software Educativo GeoGebra	10
2.2.1.2	Estructura del Software Geogebra	11
2.2.1.3	Dimensiones del uso del software GeoGebra	14
2.2.2	Desarrollo de competencias matemáticas	20
2.2.2.1	Definiciones de competencia	20
2.2.2.2	Características fundamentales de las competencias	23
2.2.2.3	Definición de competencia matemática	24
2.2.2.4	Desarrollo de competencias matemáticas	26
2.2.2.5	Dimensiones de las competencias matemáticas	26
2.3	Bases filosóficas	29
2.4	Definición de términos básicos	29
2.5	Hipótesis de investigación	30
2.5.1	Hipótesis general	30
2.5.2	Hipótesis específicas	30
2.6	Operacionalización de las variables	31
	CAPÍTULO III	32
	METODOLOGÍA	32
3.1	Diseño metodológico	32
3.2	Población y muestra	33
3.2.1	Población	33
3.2.2	Muestra	34
3.3	Técnicas de recolección de datos	34
3.4	Técnicas para el procesamiento de la información	38
	CAPÍTULO IV	41
	RESULTADOS	41
4.1	Análisis de resultados	41

4.2	Contrastación de hipótesis	49
4.2.1	Contrastación de la hipótesis general	49
4.2.2	Contrastación de las hipótesis específicas	51
	CAPÍTULO V	59
	DISCUSIÓN	59
5.1	Discusión de resultados	59
	CAPÍTULO VI	60
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	60
6.1	Conclusiones	60
6.2	Recomendaciones	61
	REFERENCIAS	63
7.1	Fuentes documentales	63
7.2	Fuentes bibliográficas	65
7.3	Fuentes hemerográficas	65
7.4	Fuentes electrónicas	65
	ANEXOS	67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Operacionalización de la variable. Uso del software GeoGebra.....	31
Tabla 2: Operacionalización de la variable. Desarrollo de competencias matemáticas	31
Tabla 3: Población de estudiantes del quinto grado	34
Tabla 4: Muestra de estudio	34
Tabla 5: Opinión de juicio de expertos.....	36
Tabla 6: Validez de contenido de la prueba de competencias matemáticas	37
Tabla 7: Fiabilidad de la prueba de competencias matemáticas.....	38
Tabla 8: Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en el grupo control.....	41
Tabla 9: Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en el grupo experimental ...	42
Tabla 10: Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en los grupos control y experimental	42
Tabla 11: Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GC	43
Tabla 12: Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GE	44
Tabla 13: Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en los grupos control y experimental	45
Tabla 14: Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en el GC	46
Tabla 15: Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en el GE	47
Tabla 16: Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en los grupos control y experimental	48
Tabla 17: Prueba de normalidad. Desarrollo de competencias matemáticas	50
Tabla 18: Prueba U de Mann-Whitney. Desarrollo de competencias matemáticas	51
Tabla 19: Prueba de normalidad. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	52
Tabla 20: Prueba de Levene. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	53
Tabla 21: Prueba t de Student. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	54
Tabla 22: Prueba de normalidad. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	55
Tabla 23: Prueba de Levene. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización ..	56
Tabla 24: Prueba t de Student.. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	57

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1: Barra de menú y herramientas.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 2: Vistas en el GeoGebra Clásico 5.</i>	<i>13</i>
<i>Figura 3: Gráfica de la función cuadrática en el GeoGebra.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 4: Construcción de un cilindro de revolución con GeoGebra</i>	<i>17</i>
<i>Figura 5: Construcción de un cono de revolución con GeoGebra</i>	<i>20</i>
<i>Figura 6: Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en el GC.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 7: Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en el GE.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 8: Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en los GC y GE</i>	<i>43</i>
<i>Figura 9: Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GC</i>	<i>44</i>
<i>Figura 10: Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GE.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 11: Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en los GC y GE.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 12: Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en el GC</i>	<i>47</i>
<i>Figura 13: Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en el GE.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 14: Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en los GC y GE.....</i>	<i>49</i>

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo demostrar que el uso del software Geogebra mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo del distrito de Huacho en el año 2019. El estudio se llevó a cabo bajo un enfoque cuantitativo, con un diseño cuasiexperimental con pretest y postest, con un grupo de control y otro grupo experimental. La población de estudio estuvo conformada por los 212 estudiantes del quinto grado de secundaria, la muestra fue de tipo no probabilístico por conveniencia el cual estuvo conformado por los 26 estudiantes de la sección A que conformaron el grupo experimental, y 20 estudiantes de la sección B que conformaron el grupo de control. La validez de contenido del instrumento se llevó a cabo mediante el “juicio de expertos” donde participaron 5 jueces. Para determinar el grado de confiabilidad se aplicó la prueba de competencias matemáticas a un grupo de 15 estudiantes del quinto grado de secundaria, no pertenecientes a la muestra de estudio y se utilizó la técnica de Kuder y Richardson, el cual proporcionó un coeficiente de $KR_{20} = .832$. Con respecto a la variable desarrollo de competencias matemáticas se encontró que en el pretest el grupo de control obtuvo una media de 11.9 y el grupo experimental una media de 12.0 y en el postest se encontró que el grupo de control alcanzó una media de 13.55 mientras que el grupo experimental alcanzó una media de 17.04. Con ello se evidenció que el grupo experimental al cual se le enseñó matemáticas con ayuda del software GeoGebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo de control. Se llegó a la conclusión de que existen diferencias estadísticamente significativas entre la media de calificaciones del postest, entre el grupo de control y experimental, con respecto al desarrollo de competencias matemáticas, pues en la prueba U de Mann-Whitney el valor de la significancia estadística resultó $p\text{-valor} < .05$; comprobándose de este modo que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo.

Palabras clave: Software GeoGebra, capacidades y competencias matemáticas

ABSTRACT

The present research aimed to demonstrate that the use of Geogebra software improves the development of mathematical competencies in students in the fifth grade of secondary education of the Pedro Paulet Mostajo Educational Institution of the Huacho district students, 2019. The study was carried out under a quantitative approach, with a quasi-experimental design with pretest and posttest, with a control group and another experimental group. The study population was made up of 212 students from the fifth grade of secondary school, the sample was non-probabilistic for convenience, which was made up of 26 students from section A who made up the experimental group, and 20 students from section B that made up the control group. The content validity of the instrument was carried out through the “expert judgment” in which 5 judges participated. To determine the degree of reliability, the mathematical competence test was applied to a group of 15 students from the fifth grade of secondary school, who did not belong to the study sample, and the Kuder and Richardson technique was used, which provided a coefficient of KR20 = .832. Regarding the variable development of mathematical competences, it was found that in the pretest the control group obtained an average of 11.9 and the experimental group an average of 12.0 and in the posttest it was found that the control group achieved an average of 13.55 while the experimental group reached a mean of 17.04. With this, it was evidenced that the experimental group that was taught mathematics with the help of the GeoGebra software significantly improved its average compared to the students in the control group. It was concluded that there are statistically significant differences between the mean post-test scores, between the control and experimental groups, with respect to the development of mathematical competencies, since in the Mann-Whitney U test the value of statistical significance result p-value <.05; Proving in this way that the application of the GeoGebra software significantly improves the development of mathematical competencies in the fifth grade students of the Pedro Paulet Mostajo Educational Institution.

Keywords: GeoGebra software, mathematical skills and competencies

INTRODUCCIÓN

En el marco del Currículo Nacional, el cual viene siendo implementado desde el año 2016 por el Ministerio de Educación del Perú, la enseñanza de las matemáticas por competencias es una de las prioridades en la Educación Básica Regular, puesto que ello permite que los estudiantes utilicen el saber matemático en la resolución de situaciones problemáticas que se encuentran en contextos intra y extra matemáticos. Para lograr que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas es imprescindible que los profesores desaprendan el modelo tradicional de enseñanza, el cual está centrado en el aprendizaje memorístico de fórmulas, y se apropien de estrategias innovadoras, para que los estudiantes entiendan que las matemáticas están inmersas en la vida diaria.

Bajo esta premisa, la presente investigación, ha demostrado que el desarrollo de las competencias matemáticas se concreta a través de presentación de contextos cotidianos, que con el apoyo del software GeoGebra, permite relacionar expresiones matemáticas con su respectiva gráfica. Facilita la comprensión de conceptos matemáticos y favorece la motivación e interés por aprender las matemáticas.

La investigación se dividió en seis capítulos:

En el capítulo I, referido al planteamiento del problema, se presenta la descripción de la problemática, con respecto a la enseñanza de las matemáticas bajo el enfoque por competencias y el manejo del software GeoGebra en las instituciones educativas. Además, se hizo la formulación de la pregunta de investigación, los objetivos, la justificación, y las delimitaciones y factibilidad del estudio.

En el capítulo II, se presentan las teorías que sustentan el presente trabajo, el mismo que abarca: los antecedentes y el fundamento teórico de cada una de las variables en estudio tales como son uso del software GeoGebra y el desarrollo de competencias matemáticas. Se ha consignado también las dimensiones de las variables, el planteamiento de las hipótesis y la operacionalización de las variables.

En el capítulo III, nombrado metodología, se precisa el diseño de la investigación, el tipo, el enfoque y el nivel o alcance del estudio, así como la población y muestra, y el instrumento utilizado para la recolección de datos y el procedimiento estadístico.

En el capítulo IV, se describe los resultados descriptivos e inferenciales de la pesquisa

En el Capítulo V, se consigna la discusión de los resultados, comparando los hallazgos de la investigación con otros estudios similares, destacando aspectos de similitud o discrepancias con los antecedentes citados en esta investigación.

Finalmente, en el capítulo VI se presenta las conclusiones, fundamentada en los resultados de todo el proceso de esta investigación. También se propone las recomendaciones dirigida a los docentes y las diferentes instancias de gestión educativa, con la finalidad de dar solución a la problemática descrita.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Descripción de la realidad problemática

En los últimos años el enfoque por competencias está siendo aplicado en nuestro sistema educativo, y con mayor énfasis en la Educación Básica Regular, pero la falta de una política de capacitación docente idónea respecto a los saberes de cómo desarrollar competencias en los estudiantes es un problema muy común y de constante preocupación. Este problema se ve reflejado en los pobres niveles de desempeño obtenido por nuestros estudiantes en las evaluaciones internacionales y nacionales, que evalúan los niveles de competencias. Según el informe difundido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) respecto a los resultados de la prueba PISA 2018 que evalúa competencias en matemática, ciencias y lectura, en estudiantes de 15 años de edad, a nivel general el Perú ocupó el puesto 64 de un total de 77 países participantes, parecido a lo que consiguió en la evaluación del año 2015. Cabe mencionar que en el año 2015 en Comprensión lectora se obtuvo un puntaje promedio de 398, en la evaluación de Matemática se obtuvo un puntaje promedio de 387 y en Ciencias se obtuvo un promedio de 397. En el último examen realizado en el año 2018 los resultados fueron los siguientes: En Comprensión lectora 401 puntos, en Matemáticas 400 puntos y en ciencias 404 puntos; si bien es cierto que hemos mejorado ligeramente en matemáticas y ciencias, estos resultados están aún por debajo de otros países de América del Sur como Chile, que tiene un promedio global de 452 puntos; Colombia que alcanzó un promedio global de 412 o Brasil, que logró un promedio de 413, es decir seguimos último entre los países de la región

Por otro lado, el Ministerio de Educación del Perú en el año 2010 hizo entrega de las Laptop XO como parte de un programa denominado “una laptop por niño” con el propósito de implementar el uso de las Tecnologías de la Información TIC y mejorar la calidad educativa. Pero esta acción no estuvo acompañada de una adecuada capacitación y acompañamiento para los docentes, respecto a la utilización de programas educativos libres como herramientas de apoyo en la enseñanza de cada una de las áreas curriculares y en particular del software GeoGebra para mejorar las habilidades cognitivas de los estudiantes en el área de matemáticas.

La Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo no se encuentra excluida de esta situación problemática. A pesar de que cuenta con las Laptop XO, los docentes del área de matemática en su gran mayoría realizan sus clases de manera expositiva haciendo uso exclusivo de la pizarra y las tizas (o plumón) para explicar la resolución de problemas, es decir los docentes de esta área no emplean softwares educativos para mediar la enseñanza de la matemática.

Si se continúa con esta situación y no se incorpora el empleo de softwares matemáticos en las sesiones de aprendizaje del área de matemática, estaríamos limitando de alguna manera el desarrollo de las competencias matemáticas. Sin pretender inferir que el uso de la tecnología sea la solución a los problemas que presenta nuestro sistema educativo.

En ese sentido es imprescindible que los docentes del área de matemática reciban capacitaciones especializadas sobre la aplicación de softwares matemáticos que pueden ser usados con las laptops XO para que posteriormente ellos implementen estrategias pedagógicas que contribuyan a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediados por el uso de softwares educativos, para facilitar la comprensión de conceptos, las conexiones y la resolución de problemas de una manera dinámica.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019?

1.2.2 Problemas específicos

P.E.1: ¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019?

P.E.2: ¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019.

1.3.2 Objetivos específicos

O.E.1: Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019.

O.E.2: Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el 2019.

1.4 Justificación de la investigación

Justificación Pedagógica

El presente estudio responde a la necesidad de incorporar propuestas de enseñanza de las matemáticas haciendo uso del software educativo GeoGebra con el propósito de mejorar las competencias matemáticas en los estudiantes de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo.

Los resultados de este estudio harán posible que la institución educativa tome medidas correctivas con respecto a la forma de enseñar las matemáticas en el nivel secundario, con la finalidad de coadyuvar a reducir el problema del bajo rendimiento académico.

Justificación Social

La presente investigación servirá como una fuente teórica a toda la comunidad de docentes del área de matemáticas, puesto que permitirá conocer como diseñar situaciones didácticas o actividades para construir conocimientos matemáticos, haciendo uso de la

herramienta educativo GeoGebra. Así mismo, los estudiantes podrán construir, manipular y explorar en forma interactiva con el software permitiéndoles un mejor desarrollo de competencias matemáticas.

1.5 Delimitaciones del estudio

Delimitación espacial

El estudio se realizó en las aulas de Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de la ciudad de Huacho.

Delimitación temporal

La investigación se llevó a cabo el año 2019.

Delimitación temática

La presente investigación buscó encontrar diferencias entre las notas promedio de dos grupos de estudiantes del quinto grado de educación secundaria en la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo. A uno de los cuales se les enseñó matemática mediada por el software educativo Geogebra y al otro grupo se les enseñó de manera tradicional.

1.6 Viabilidad del estudio

La investigación resultó viable porque presentó un moderado costo de ejecución y se contó con los recursos económicos necesarios, el personal humano requerido y la disposición de los materiales. Así mismo, el tiempo de su ejecución fue relativamente de corta duración.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación

Se consideraron los antecedentes de la investigación de acuerdo a la revisión documental realizados en tesis y artículos científicos realizados por investigadores interesados en la problemática de investigación planteada, que contenían las variables de estudio tanto a nivel internacional como nacional.

2.1.1 Investigaciones internacionales

Carvajal; Rincón y Zúñiga. (2017) Publicaron un artículo de investigación titulado “Uso del software GeoGebra como estrategia de enseñanza para triángulos, rectángulos de 30° - 60° dirigida a estudiantes de décimo grado”. El objetivo de su estudio fue determinar en qué medida el uso del software GeoGebra favorece el aprendizaje de las nociones básicas de la trigonometría; el número de participantes del estudio estuvo conformado por 30 estudiantes de una escuela pública de Bogotá, los cuales fueron seleccionados utilizando un muestreo no probabilístico intencional, la metodología tuvo un enfoque mixto y se desarrolló en base a las teoría de las situaciones didácticas de Brousseau; como instrumentos de recojo de datos se aplicaron cinco tipos, estas fueron: 2 encuestas de opinión, 1 diario de campo, 1 evaluación y 1 test de percepción. Llegaron a la conclusión que, el diseño de situaciones didácticas apoyadas por el software Geogebra, favorecen el aprendizaje de las nociones básicas de la trigonometría. (p. 60)

Barahona; Barrera; Vaca e Hidalgo. (2015) En su artículo científico titulado “GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil” realizaron un estudio bajo un enfoque cuantitativo y con un nivel de estudio explicativo. La muestra estuvo compuesta por 41 estudiantes del curso de Matemáticas II de la especialidad de Industrias Pecuarias, de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, los cuales fueron elegidos mediante un muestreo no aleatorio intencional. En cuanto a la metodología usada, en un primer momento se desarrolló la asignatura durante un semestre usando el método tradicional, en un segundo momento se desarrolló el curso durante 40 horas diseñando actividades con el mismo contenido, pero haciendo uso del software GeoGebra para aquellos estudiantes que no lograron aprobar el curso en ese semestre, al

final se les aplicó un test de opción múltiple con condiciones de complejidad equivalentes a los tomados en el semestre. Los resultados evidenciaron que con “el apoyo del software GeoGebra mejoran los niveles de aprendizaje de los estudiantes al integrar posibilidades de desarrollar la colaboración constructivista de los estudiantes, así como la generación de espacios adecuados de retroalimentación”. (p.121)

Portilla (2014) en su trabajo de Fin de Master en la Facultad de educación de la Universidad Internacional de la Rioja de España, denominado “Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de bachillerato de Ciencias y Tecnología”. Esta investigación planteó como objetivo formular una propuesta práctica para enseñar el concepto de funciones y su representación gráfica a estudiantes de matemáticas I, de 1º de bachillerato de Ciencias y Tecnología haciendo uso de software GeoGebra como recurso didáctico; la metodología se sustentó en el estudio de campo y la investigación bibliográfica; la técnica utilizada fue la entrevista con el cuestionario como instrumento, aplicado a los seis docentes que enseñan matemáticas de tres centros educativos de la comunidad de Andalucía; los resultados demostraron que los estudiantes tienen dificultades en la asignatura de matemáticas por sus escasos conocimientos básicos del cálculo matemático; de la misma manera presentan dificultades en la representación gráfica de funciones pues la mayoría de los estudiantes no entienden, ni asimilan, ni resuelven correctamente los problemas de funciones y sus gráficas. En cuanto al uso de las TIC el 76% tiene un nivel bajo en su uso, concluyendo el estudio en una propuesta didáctica utilizando como recurso el software GeoGebra como herramienta de apoyo. Llegó a la conclusión de que el uso del software GeoGebra ayuda a comprender a los estudiantes en gran medida el concepto y representación de las funciones gráficas, así como el aumento de la motivación por los temas de estudio.

Debárbora (2012) en su tesis de Maestría en Enseñanza de las ciencias experimentales y matemática, titulada “El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad”. Esta investigación se desarrolló con los alumnos del noveno año y con el profesor del curso de matemáticas del CEP N° 47 Manuel Belgrano, se planteó como objetivos: Indagar el nivel de incidencia del software GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones de proporcionalidad, estudiar cómo afecta el ambiente de aprendizaje al hacer uso del GeoGebra y finalmente proponer actividades de enseñanza-aprendizaje que permitan la apropiación de conocimientos matemáticos en los estudiantes. La investigación se realizó

bajo un enfoque cualitativo basado en la perspectiva socio crítica e interpretativa, se utilizó el estudio de casos sustentados en entrevistas narradas o dialogadas por los profesores y estudiantes del noveno año, a los 5 estudiantes se les formuló una entrevista dialogada sobre sus experiencias, concepciones y creencias; y a los 2 profesores se les planteó una entrevista dialógica sobre su práctica curricular. Llegó a la conclusión de que la propuesta metodológica facilitó los procesos de enseñanza para el docente y favoreció en los estudiantes: el análisis, la solución y la interpretación de ejercicios de funciones de proporcionalidad.

2.1.2 Investigaciones nacionales

Bermeo (2017) en su tesis doctoral titulado “Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería”, realizó su estudio cuantitativo y de tipo aplicada, usando un diseño pre experimental con pretest y posttest; realizó un estudio censal con 127 estudiantes pertenecientes a las cuatro aulas del primer ciclo; se utilizó como técnica de acopio de datos a la encuesta y como instrumento un cuestionario de 27 ítems dicotómicos, para calcular la confiabilidad de dicho cuestionario se aplicó a una prueba piloto a 40 estudiantes y mediante el estadístico KR-20 el resultado de la confiabilidad fue de .93. Para el contraste de la hipótesis utilizó la prueba de Wilcoxon, llegando a la conclusión de que el uso del software GeoGebra influyó significativamente en el aprendizaje de la gráfica de funciones reales en los estudiantes del I ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Díaz (2017) realizó una tesis de maestría denominado “La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita”, en cuanto a la metodología usada fue de tipo aplicada, de nivel explicativo y con un diseño cuasi experimental de corte longitudinal; la población estuvo compuesta por 96 estudiantes, con una muestra de 48 estudiantes (24 estudiantes del grupo experimental y 24 del grupo de control), se utilizó como instrumento una prueba de conocimientos de 10 preguntas (pretest y posttest) al cual para calcular su grado de confiabilidad se le aplicó la técnica de Kuder y Richardson (KR-20). Llegó a la conclusión de que la aplicación del software GeoGebra influye en el aprendizaje del álgebra en los alumnos, recomendándose que el uso del software debe ser prioridad educativa en todos los niveles y modalidades del sector educación.

Pablo (2016) en su tesis doctoral titulado “Influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte, El Agustino – 2015” realizó su estudio cuantitativo, de tipo aplicada, con diseño cuasi experimental; la población objeto de estudio lo conformaron todos los estudiantes del quinto grado de secundaria y la selección de la muestra fue no probabilístico intencional y estuvo conformado por 30 estudiantes que conformaron el grupo experimental y otros 30 estudiantes que conformaron el grupo control; se utilizó como instrumento una prueba de conocimientos conformado por 24 preguntas de geometría analítica, para determinar la fiabilidad de los instrumentos este se aplicó a una muestra piloto de 12 estudiantes y se calculó su confiabilidad utilizando la técnica de Kuder y Richardson (KR-20). Los resultados demostraron que en el postest el grupo experimental obtuvo un mayor promedio que el grupo de control, lo que demostró que la aplicación del software GeoGebra influyó en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes.

Quispe (2016) realizó una investigación doctoral titulada “Aplicación del programa GeoGebra en la solución de operaciones algorítmicas y heurísticas de matemática en estudiantes del tercer grado de secundaria en la Institución Educativa Estatal N° 88044 de Coishco”, utilizando un enfoque cuantitativo y un tipo de investigación aplicada, con un diseño cuasi experimental; con una población de estudio conformada por las tres secciones del tercer grado de secundaria con un total de 70 estudiantes, cuya muestra de estudio estuvo conformado por dos secciones que fueron seleccionados aleatoriamente: el 3° B que fue el grupo experimental y, el 3° C que fue el grupo de control; utilizando como instrumento una prueba matemática de operaciones algorítmicas y heurísticas. Arribó a la conclusión de que el uso del software GeoGebra produce un efecto significativo en los estudiantes, con respecto a la mejora de las operaciones algorítmicas y heurísticas, siendo confirmada la hipótesis de investigación.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Uso del software GeoGebra

Uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas

The National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) es un resumen ejecutivo titulado Los principios y estándares para la matemática escolar, específicamente en el sexto principio estableció que: “la tecnología es esencial en la enseñanza y el

aprendizaje de las matemáticas; eso influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el aprendizaje de los estudiantes” (p.3).

Con el uso apropiado de la tecnología los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más profunda de la matemática. La tecnología les ayuda a promover la experimentación y les permite reflexionar y pensar. La versatilidad tecnológica hace posible que los estudiantes aprendan mejor la matemática.

De lo anterior se puede inferir que el uso de la tecnología como calculadoras, Tabletas, computadoras, laptops, etc. deben ser incluidas en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, puesto que facilitan visualizar de manera dinámica las ideas matemáticas.

Van Vorst (1999) señaló que la tecnología es útil para ayudar a los estudiantes a ver las matemáticas de una manera menos pasiva, como un simple conjunto de procedimientos o algoritmos, el uso de la tecnología permite que los estudiantes puedan ver a la matemática de una manera más activa como razonamiento, exploración, resolución de problemas, generación de nueva información y formulación de nuevas preguntas. Además, afirmó que la tecnología ayuda a los estudiantes a visualizar mejor ciertos conceptos matemáticos y añade una nueva forma en la enseñanza de las matemáticas (citado por Hohenwarter, Hohenwarter, & Luvicza, 2009, p.136).

El uso de TIC como herramienta pedagógica en el aula favorece el aprendizaje colaborativo, promueve la experimentación y el aprendizaje por descubrimiento, permite enriquecer la práctica pedagógica de los docentes y fomentan la motivación, el interés, la creatividad y la imaginación en los estudiantes.

Las competencias digitales TIC y el Currículo Nacional de la Educación Básica

El Ministerio de Educación del Perú (MINEDU, 2016) en el Currículo Nacional de Educación, menciona que, los estudiantes de los niveles de inicial (a partir de los 5 años), primaria y secundaria desarrollarán la competencia transversal titulada “Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las Tecnologías de la Información y Comunicación” con responsabilidad y ética. Esta competencia señala que los estudiantes deben interpretar, modificar y optimizar entornos virtuales en sus diversas actividades de aprendizaje y en sus interacciones sociales. Esto incluye los procesos de búsqueda, discriminación y valoración

de información existente, así mismo la adaptación y creación de materiales digitales y de comunicación (imágenes, audios y videos), de acuerdo a sus necesidades e intereses (p. 151).

Esto implica que, en la implementación de la competencia TIC, se deben de tener en cuenta dos características importantes: los intereses y necesidades de los estudiantes y la forma como deben ser incorporadas en la planificación de los aprendizajes en el desarrollo de las sesiones y en la evaluación.

Al ser la competencia digital TIC, una competencia transversal, las TIC deben utilizarse en las diversas actividades de aprendizaje de las diferentes áreas curriculares, tales como: Comunicación, Matemáticas, Ciencia y Tecnología, Educación Física, etc.

En las Instituciones Educativas los docentes que desarrollan actividades académicas haciendo uso de las TIC deben ser apoyados por el docente del aula de innovación, el cual debe ser el responsable de desarrollar talleres de alfabetización digital.

2.2.1.1 El Software Educativo GeoGebra

El software GeoGebra fue creado por el austriaco Markus Hohenwarter en el año 2002 como aporte de su tesis de maestría en la enseñanza de las Matemáticas y Ciencias de la Computación en la Universidad de Salzburgo en Austria.

Hohenwarter y Preiner (2007) con respecto al GeoGebra señalaron que “Es un software de matemática dinámica para enseñar y aprender matemáticas desde la escuela intermedia hasta el nivel universitario. Es tan fácil de usar como Software de Geometría Dinámica, pero también proporciona características básicas de Sistema de Álgebra Computacional” (párr.2).

En ese mismo sentido el docente de matemáticas de la Universidad de Córdoba de España, Carrillo de Albornoz (2009) respecto al software GeoGebra señala que: “Es un programa de geometría dinámica que contiene una serie de herramientas básicas (puntos, rectas, ángulos, polígonos, circunferencias, etc.), con los cuales es posible construir diferentes objetos, a partir de ciertas condiciones establecidas inicialmente que, al ser cambiados mantienen las relaciones entre ellas” (p.1).

GeoGebra es un software libre (no comercial), que ha sido desarrollado en el lenguaje de programación Java y funciona en varios sistemas operativos (Windows, Linux y otros). Es interactivo y dinámico, ha sido diseñado especialmente para enseñar matemáticas en cualquier nivel de educación básica y universitaria. Es un programa en la que se conjugan el álgebra, la geometría, el cálculo, las probabilidades y estadística. Es dinámico, es decir, al representar o modificar un objeto en la vista algebraica esta se representa simultáneamente en la vista gráfica. Este software permite abordar diversos campos temáticos mediante la manipulación y experimentación, posibilitando la construcción y modificación de un objeto para deducir propiedades a partir de la observación directa.

GeoGebra es un software que permite trabajar con las laptops XO, pues estas funcionan con el sistema operativo Linux. Estas laptops fueron entregadas por el gobierno peruano a las diversas Instituciones Educativas del nivel primario y secundario en el año 2010.

2.2.1.2 Estructura del Software Geogebra

Al abrir el software en la pantalla de la ventana se observa:

La barra de menú

Está situada en la parte superior de la ventana del Geogebra y contiene 7 menús: archivo, edita, vista, opciones, herramientas, ventana y ayuda. En cada uno de estos menús se despliega un conjunto de acciones.

La Barra de herramientas

Está conformada por un conjunto de íconos que se activan al hacer clic sobre ellos. Las herramientas sirven para crear nuevos objetos.

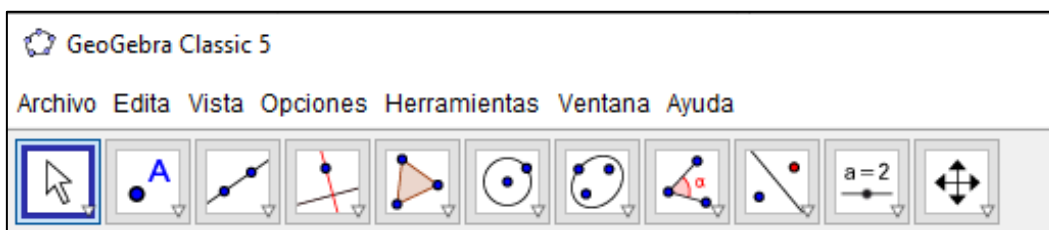


Figura 1. Barra de menú y herramientas.

La barra de entrada

Está localizada en la parte inferior de la ventana del GeoGebra, en esta casilla se ingresan las expresiones algebraicas de las funciones matemáticas que se quiere representar o también se pueden introducir las funciones mediante la ayuda de comandos que puede elegirse de un desplegable de la derecha.

Objetos matemáticos en el GeoGebra

En GeoGebra hay dos tipos de objetos matemáticos:

- A. **Objetos matemáticos libres o independientes:** Son aquellos objetos que se crean introduciéndolo de manera directa desde la barra de entrada o con alguna otra herramienta, su posición o valor no depende de ningún otro objeto.
- B. **Objetos matemáticos dependientes:** Son aquellos que dependen de algún otro objeto que han sido creados.

GeoGebra proporciona tres vistas distintas de cada objeto matemático: Una vista algebraica, una vista gráfica y una vista hoja de cálculo. Al representar un objeto en una de las vistas este objeto se vincula automáticamente con las demás vistas.

Vistas en el GeoGebra

Vista algebraica

Al ubicarse en la barra de entrada se ingresan los objetos matemáticos (las expresiones algebraicas) y después de presionar Enter, lo ingresado aparece simultáneamente en la vista algebraica y en la vista gráfica. Estos objetos pueden ser modificados mediante una serie de comandos que se encuentran en el vértice inferior derecho de la barra de entrada. En esta zona se puede visualizar los objetos matemáticos libres.

Vista Gráfica

En la vista gráfica se pueden llevar a cabo construcciones geométricas utilizando la barra de herramientas, con estas se pueden construir: puntos, rectas, segmentos, ángulos, polígonos, secciones cónicas, etc. Las construcciones geométricas se realizan utilizando el mouse o usando órdenes específicas que se digitan desde la barra de entrada, dentro de la vista gráfica podemos mover cualquier objeto solamente moviéndolo con el mouse, siempre y cuando el objeto sea movable, pero también se pueden modificar las construcciones.

Cualquier objeto creado en la vista gráfica al moverlo se podrá observar la actualización instantánea de su valor en la vista algebraica. En la vista gráfica también podemos ocultar o modificar cualquier objeto haciendo un clic derecho sobre el objeto.

Para ampliar o disminuir el tamaño de la vista gráfica hacemos un clic derecho en la vista gráfica y elegimos el zoom de alejamiento o acercamiento.

Vista de hoja de cálculo

Esta vista está formada por celdas iguales a la hoja de cálculo Excel, cada una de estas celdas tiene una denominación específica, en las cuales pueden ingresarse números u otro tipo de objeto matemático permitido por GeoGebra (funciones, comandos, coordenadas de puntos, etc.).

La hoja de cálculo se usa para tabular una función matemática y ayuda a comprender como se “comporta” la función matemática. Al comenzar ingresar los valores para la variable independiente se calculan los valores de la variable dependiente.



Figura 2. Vistas en el GeoGebra Clásico 5.

2.2.1.3 Dimensiones del uso del software GeoGebra

2.2.1.3.1 Representación gráfica de funciones

Geogebra permite realizar la representación gráfica de funciones: lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, etc. Desde la barra de entrada a objetos se ingresa cada expresión algebraica o función que deseamos representar y luego mediante la creación de deslizadores con ciertos parámetros podremos observar la variación de la función y observar en qué puntos es creciente o decreciente.

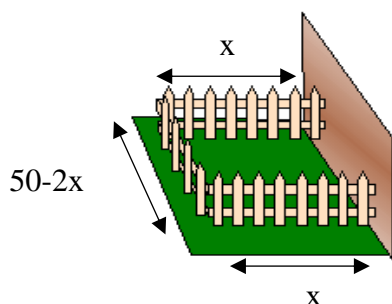
Gráfica de una función cuadrática

Se muestra la siguiente situación problemática para que los estudiantes puedan desarrollarlo con la ayuda del GeoGebra.

El jardín ideal: Una persona dispone de 50m de malla metálica y desea cercar un jardín rectangular, sabiendo que solo debe colocar la malla sobre tres lados porque el cuarto lado limita con la pared de su casa. ¿De qué medida debe ser el ancho para que el área del jardín sea la máxima posible?

Resolución:


Veamos cómo resolver esta situación problemática usando lapicero y papel, y luego haciendo uso del software GeoGebra:




$$A(x) = (50 - 2x) \cdot x$$

$$A(x) = 2x^2 - 50x$$

Procedimiento:

1. Abrir un archivo nuevo en GeoGebra.
2. Verificar que se muestren los ejes, para ello haga clic derecho en la vista gráfica y seleccione  Ejes ejes.
3. Digita en la barra de entrada la función: $A(x) = 2x^2 - 50x$.

- Elija la herramienta Deslizador  y construya un deslizador que lleve por nombre “ancho” con los valores mínimo=0 , máximo=50 y un incremento de 0,5.
- Ubicamos un punto “P” para que se mueva en el eje x, para ello digitamos en la Barra de entrada: P= (ancho, f(ancho)).
- Mueva el deslizador para ver la animación y encuentre el máximo valor que puede tomar el ancho.

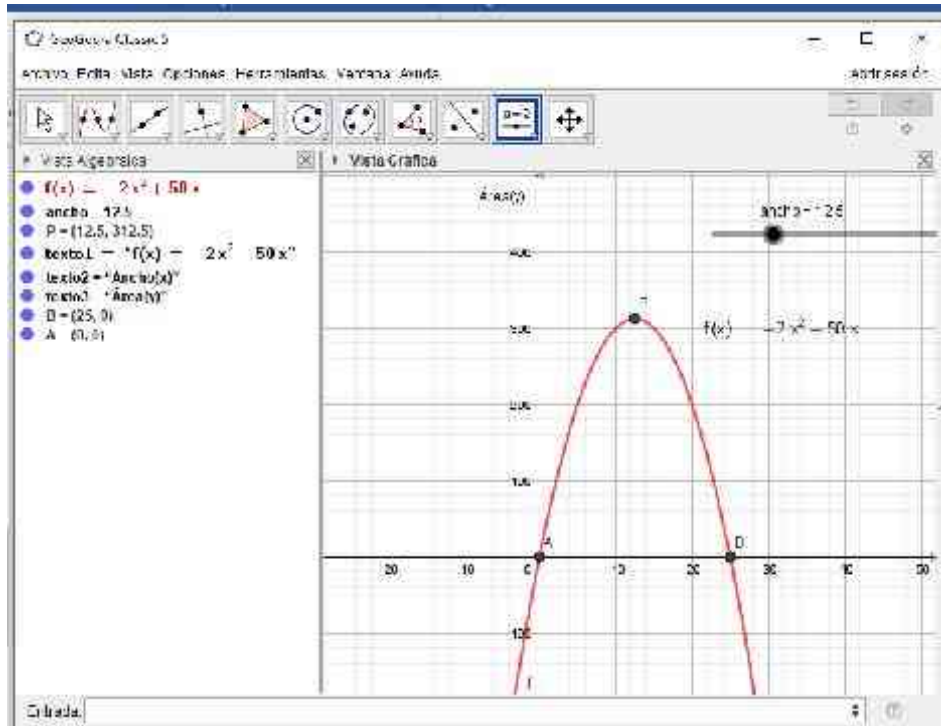


Figura 3. Gráfica de la función cuadrática en el GeoGebra

2.2.1.3.2 Construcción de sólidos de revolución

Mediante el GeoGebra se pueden realizar construcciones de sólidos platónicos como el: tetraedro, octaedro, cubo, icosaedro y dodecaedro. Así como la construcción de prismas y pirámides y cuerpos de revolución tales como: esferas, cilindros y conos.

Construcción de un cilindro de revolución

Se expone la siguiente situación problemática, para que los estudiantes puedan desarrollarlo con la ayuda del GeoGebra.

Lámparas de noche: Los estudiantes del quinto grado de secundaria van a elaborar pantallas para lámparas en forma de cilindro recto de 25 cm. de altura y 15 cm. de diámetro. Para ello

compran alambre de 3mm. de grosor para construir el armazón de la lámpara y papel Kraft para forrar la pantalla.



- A) Sabiendo que para construir una pantalla de lámpara se necesitan 2 aros de alambre de 15 cm. de diámetro cada uno ¿cuál debe ser la medida de cada pedazo de alambre que se debe cortar?
- B) Una vez construido el armazón para la lámpara, este debe ser forrado con papel Kraft externamente ¿qué cantidad de papel se necesita para forrar una pantalla de lámpara?
- C) ¿Qué volumen tiene esta pantalla de lámpara?

Resolución: Veamos cómo resolver esta situación problemática usando lapicero y papel, más el uso del software GeoGebra.

a) Longitud de circunferencia ($L_{\text{circ.}}$)

$$L_{\text{circ.}} = 2 \pi r$$

$$\text{Longitud circunferencia} = 2(3.14)(7.5) = 47.1 \text{ cm}$$

b) Área de la Superficie Lateral (A_{SL})

$$A_{\text{SL}} = 2 \pi r h$$

$$\text{Área lateral} = 2(3.14)(7.5)(25) = 1177.5 \text{ cm}^2$$






c) Volumen

$$V = \pi r^2 h$$

$$\text{Volumen} = (3.14)(7.5)^2(25) = 4415.625 \text{ cm}^3$$

Procedimiento:

1. Abrir un archivo nuevo en GeoGebra.

- Elija la herramienta Deslizador  y construya un deslizador horizontal para el radio del cilindro con nombre "r" con los valores mínimo=0 , máximo= 8 y un incremento de 0,5.
- Trazamos una circunferencia utilizando la herramienta *Circunferencia: centro y radio* , tomando como centro el origen de coordenadas, renombrando el nombre del centro con "C" y en la ventana emergente le ponemos "r" y hacemos clic en OK.
- Otra vez elija la herramienta Deslizador  y, construya un deslizador vertical para la altura del cilindro con nombre "h" con los valores mínimo=0 , máximo=25 y un incremento de 0,5.
- Hacemos clic en la herramienta Vista y  Vista Gráfica 3D.
- En la barra de Entrada, digitamos: (C(x), C(y), h).
- Hacemos clic sobre la vista gráfica 3D y seleccionamos  cilindro.
- En la barra de entrada digitamos:

$$\text{Área de la base} = 3.14 * r^2 \quad \text{Área lateral} = 2 * 3.14 * r * h \quad \text{Volumen} = \text{Área base} * h$$

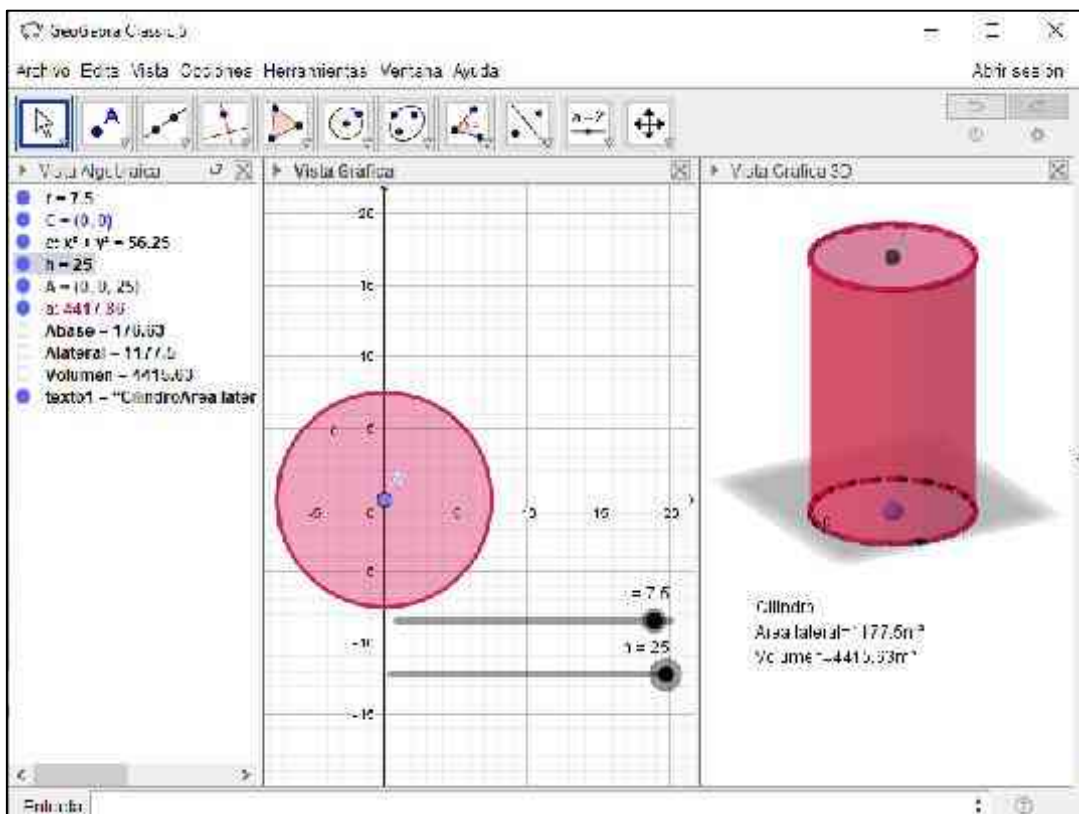
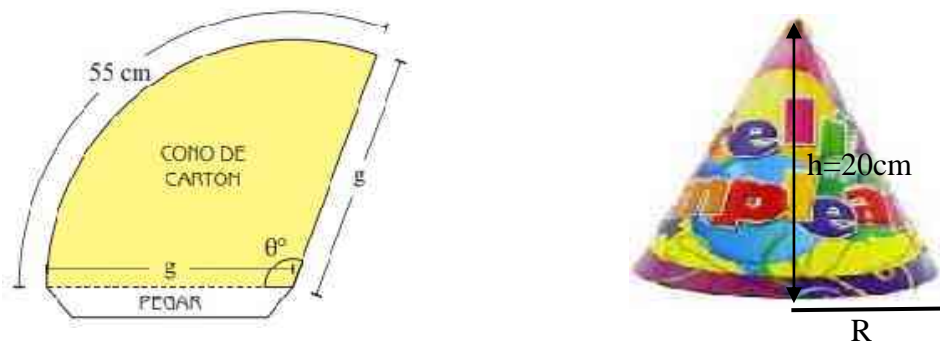


Figura 4. Construcción de un cilindro de revolución con GeoGebra

Construcción de un cono de revolución

Se presenta la siguiente situación problemática para que el estudiante pueda desarrollar con la ayuda del GeoGebra:

la fiesta de la maestra: Para celebrar la fiesta de cumpleaños de la profesora de matemáticas, los estudiantes del quinto grado de secundaria han acordado confeccionar gorros de cartulina en forma de cono de 20 cm. de altura. Para ello diseñan una plantilla dibujando el desarrollo de la superficie lateral de un cono con sus respectivas medidas (Ver figura).



- A) Sabiendo que el perímetro cefálico (medida de la circunferencia de la cabeza) normalmente de un adolescente es de 55 cm. ¿cuánto medirá el radio “R” de la base del gorro?
- B) ¿Cuánto debe medir aproximadamente la longitud de la generatriz en la plantilla diseñada?
- C) ¿Cuánto debe medir aproximadamente el ángulo del desarrollo del cono (ángulo del sector circular) en la plantilla diseñada, para que el gorro pueda quedar exactamente en la cabeza de los invitados?
- D) Una vez construido el gorro, este debe ser forrado con papel decorativo externamente ¿qué cantidad de papel se necesita para forrar un gorro, aproximadamente?
- E) Calcule el volumen del cono.

Resolución: Veamos cómo resolver esta situación problemática usando lapicero y papel y, con GeoGebra:

- A) Cálculo del radio de la base (R)

La longitud del sector circular coincide con la longitud de la circunferencia de la base del cono.

$$\boxed{L = 2 \pi R}$$

$$2(3,14)R = 55$$

$$R = 8,76 \text{ cm}$$

B) Cálculo de la generatriz (g)

$$g = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$g = \sqrt{20^2 + 8,76^2} = 21,83 \text{ cm}$$

C) Cálculo del ángulo del sector circular (α)

$$\alpha = 360 \cdot \frac{R}{g}$$

$$360 \cdot \frac{8,76}{21,83} = 144,46$$

D) Cálculo de la superficie lateral

$$A_{\text{superficie lateral}} = Rg$$

$$A_{\text{superficie lateral}} = 3,14 \cdot 8,76 \cdot 21,83 = 600,46 \text{ cm}^2$$


E) Cálculo del volumen del cono

$$V = \frac{1}{3} R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 8,76^2 \cdot 20 = 1606,37 \text{ cm}^3$$

Procedimiento:




1. Abrir un archivo nuevo en GeoGebra.

2. Elija la herramienta Deslizador  y construya un deslizador horizontal para el radio del cono con nombre "R" con los valores mínimo=0 , máximo= 8,76 y un incremento de 0,5.

3. Trazamos una circunferencia utilizando la herramienta *circunferencia: centro y radio*



, y tomamos como centro el origen de coordenadas, renombrando el nombre del centro con "C" y en la ventana emergente le ponemos "R" y hacemos clic en OK.

4. Otra vez, elija la herramienta Deslizador  y construya un deslizador vertical para la altura del cono con nombre “h” con los valores mínimo=0 , máximo=20 y un incremento de 0,5.
5. Hacemos clic en la herramienta Vista  y elegimos Vista Gráfica 3D.
6. En la barra de Entrada, digitamos: $(x(C), y(C), h)$ y le damos ENTER. Y se mostrará un punto A.
7. Hacemos clic sobre la vista gráfica 3D y seleccionamos  cono.
8. Seleccionamos el centro C y el punto A, y le damos el valor de R al radio solicitado. Hacemos clic en OK.

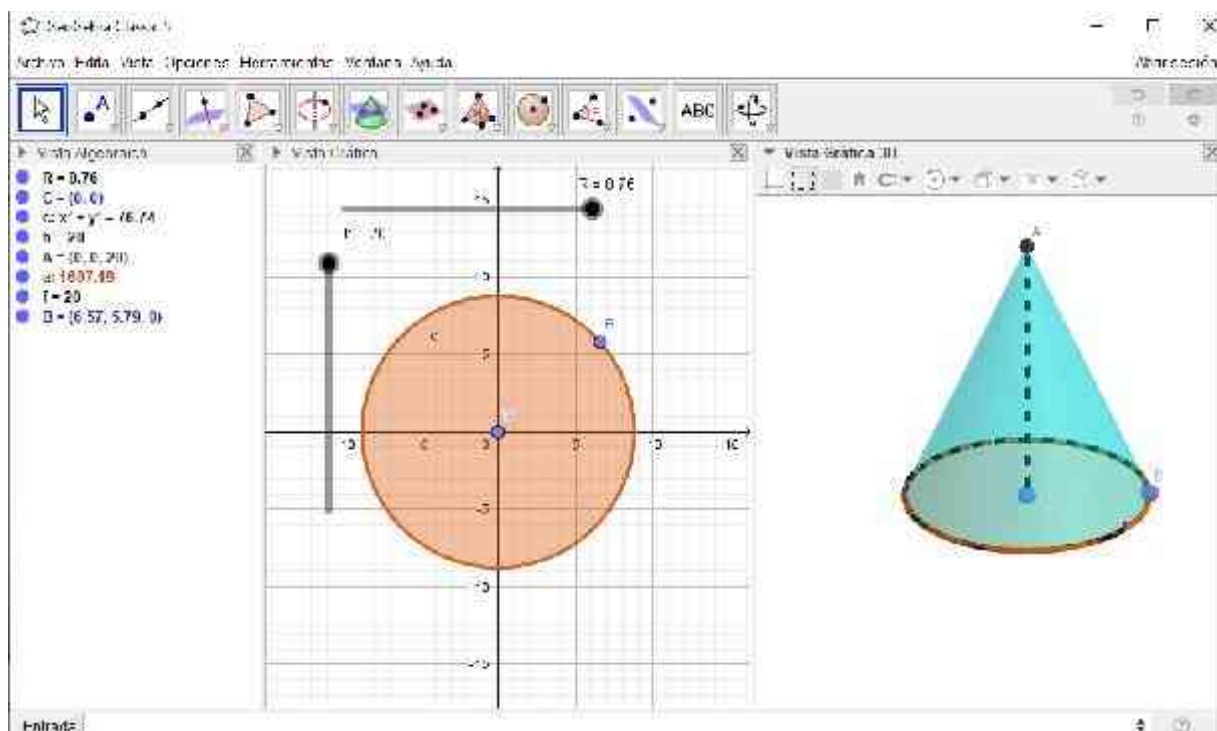


Figura 5. Construcción de un cono de revolución con GeoGebra

2.2.2 Desarrollo de competencias matemáticas

2.2.2.1 Definiciones de competencia

De acuerdo a la literatura revisada el término “competencia” tiene un carácter polisémico, es decir, posee diversas acepciones, según el contexto donde se use. Empezó a ser utilizada en el ámbito laboral como una medida de eficacia en el logro de metas organizacionales, este término como menciona Tobón (2013) es un tanto confuso en la

educación actual, por la razón de que no queda claro si “las competencias están referidas a los que las personas son capaces de hacer, deben ser capaces de hacer, tiene que hacer o lo que realmente hacen para alcanzar el éxito en un puesto en una organización” (p.89).

A continuación, se presentan algunas definiciones de competencia relacionados al ámbito educativo:

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE ,2000) en su documento oficial de Definición y Selección de Competencias DeSeCo sostiene que la competencia es: “La capacidad que poseen las personas para combinar simultáneamente conocimientos, habilidades, actitudes, motivación, emociones y otros elementos sociales y comportamentales, que le permiten actuar de manera eficiente, ante demandas complejas”.

De esta definición se puede deducir que una competencia no puede ser reducido únicamente al dominio cognitivo, toda competencia involucra un empleo coordinado de conceptos (saber conocer), de procedimientos (saber hacer) y actitudes (saber ser). Estos saberes no pueden enseñarse de manera separada y deben de ser utilizados en la resolución de problemas cotidianos.

Por su parte, Díaz-Barriga (2006) menciona que, aunque resulta muy difícil conceptualizar el término competencia, este supone la conjugación de tres elementos: una información, el desarrollo de una habilidad y la puesta en acción en una situación inédita. Así mismo, señala que la mejor manera de evaluar una competencia es en la conjugación de estos tres aspectos que significan: primero el dominio de una información específica, segundo el desarrollo de una gama de habilidades derivada de los procesos de información y tercero una situación problemática real donde se pueda aplicar la competencia (p.20).

Respecto a esta definición cabe mencionar que en la Educación Básica Regular resulta muy difícil presentar situaciones reales de la vida cotidiana y lo más que puede hacerse es “simular” este tipo de situaciones; pero como señala Barriga, estas simulaciones tienen un valor importante para el proceso de formación de competencias.

Tobón (2013) define las competencias bajo un enfoque socioformativo y la conceptualiza como: “actuaciones integradas de las personas para identificar, interpretar, argumentar y resolver problemas del contexto, desarrollando y aplicando de manera

articulada diferentes saberes (saber ser, saber convivir, saber hacer y saber conocer), con idoneidad, mejoramiento continuo y ética” (p.93).

El enfoque socioformativo tiene su fundamento epistemológico en el “pensamiento complejo” del Francés Edgar Morín, la cual se caracteriza por la inter, multi y transdisciplinaridad y los procesos de caos e incertidumbre. El pensamiento complejo, postula que la construcción del conocimiento debe hacerse tomando en cuenta los siguientes principios:

- El principio Dialógico: postula que las cosas antagónicas son complementarias.
- El principio Holográfico: formula que el todo es mayor que la suma de las partes, ya que el todo está en cada una de las partes y que las partes a su vez se encuentran en el todo.
- El principio de Recursividad: plantea que, si bien es cierto que el efecto es consecuencia de la causa, esta también es consecuencia del efecto. Esto significa que el conocimiento es producido por las personas, pero una vez producido, actúa sobre las personas.

El enfoque socioformativo tiene como eje fundamental la formación integral de las personas con un proyecto de vida ético dentro de una relación de dependencia mutua entre lo social, cultural y ambiental; teniendo como visión de que las personas son un “todo” sujeto a constantes cambios de realización (Tobón, 2013, p.23).

Según el Ministerio de Educación del Perú (2016), en el Currículo Nacional de Educación Básica define las competencias como: “La facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades (conocimientos, habilidades y actitudes) con el fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético” (p.29).

Este mismo documento menciona que:

- a. Ser competente implica en primer lugar, que la persona sepa identificar que conocimientos y habilidades posee para poder combinarlas de una manera adecuada, y ponerlas en práctica en la solución de una situación determinada.
- b. Asimismo, ser competente involucra el manejo de habilidades socioemocionales, para no dejarse influenciar por cuestiones subjetivas o estados de ánimo personales, en el momento de la elección de propuestas o toma de decisiones.

- c. El desarrollo de las competencias de los estudiantes se lleva a cabo de forma intencionada, debido a que existe una intención pedagógica, propiciada por los maestros en cada una de las instituciones educativas. Se construye a lo largo de todos los ciclos de la escolaridad.

Las competencias se desarrollan de forma interrelacionada, durante toda la Educación Básica Regular y posibilitan alcanzar el perfil de egreso. Además, las competencias se extienden y se combinan con otras a lo largo de toda la vida (p.29).

Esta definición refiere que las competencias, son acciones donde se combinan habilidades cognitivas, habilidades socioemocionales, actitudes éticas, etc. con el propósito de resolver una situación problemática. Como se observa esta definición dada por el Ministerio de Educación del Perú (MINEDU) coincide con el enfoque socioformativo dado por Tobón.

Lo cognitivo forma parte de una competencia y no es que la memoria no tenga valor sino por el contrario apoya a la comprensión de la información, pero no se debe privilegiar los contenidos conceptuales (campo temático) en una educación basada en competencias. Lo conceptual se subordina a la competencia.

Luego de analizar las diferentes definiciones encontradas, en la presente investigación se definirá el término competencia como: Un sistema complejo o conjunto de conocimientos, habilidades valores y actitudes, que interrelacionadas posibilitan a las personas actuar sobre un contexto o realidad particular para resolver problemas.

2.2.2.2 Características fundamentales de las competencias

Según Tobón (2013) desde el enfoque socioformativo las competencias presentan cinco características fundamentales:

1. **Actuación integral.** Las competencias ponen énfasis en la actuación integral de tres saberes: El **saber conocer** que consiste en el entendimiento del contexto y la identificación precisa de las actividades y problemas por resolver, el **saber hacer** que implica desempeños mediante procedimientos, técnicas y estrategias, con autoevaluación y constante corrección y, el **saber ser** que implica el trabajo cooperativo con otros.

2. **Resolución de problemas de contexto.** Resolver problemas de contexto real es un componente esencial de toda competencia, no consiste solamente en emplear un algoritmo, efectuar las operaciones y obtener un resultado. Tampoco depende del grado de complejidad del problema, sino más bien de la forma como es abordado en un determinado contexto dentro del cual se encuentra la persona, pues este contexto o entorno (personal, socioeconómico, ambiental, etc.) posibilita o inhibe el desarrollo de las competencias. Respecto al abordaje de los problemas hay que aclarar: primero, que pueden ser situaciones problemáticas negativas del contexto por superar o retos del contexto para mejorar o innovar; segundo, que los problemas pueden ser actividades que involucren algún desafío.
3. **Idoneidad.** Este es un criterio que se usa para determinar si una persona es competente o no; la idoneidad concatena la cantidad y el tiempo con aspectos tales como: el uso de los recursos, la calidad, la oportunidad y el contexto.
4. **Ética.** Es otro componente esencial de las competencias, pues la formación integral de la persona humana debe estar presente la actuación ética. La mayoría de los problemas que afronta nuestra sociedad tales como: la contaminación ambiental, la violencia, etc. tienen relación con la ética.
5. **Metacognición.** En toda competencia el mejoramiento continuo a partir de la reflexión.

El Enfoque de Formación Basada en el Desarrollo de Competencias tiene su sustento en el Enfoque Socioformativo.

2.2.2.3 Definición de competencia matemática

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2006) define a la competencia matemática como: “La capacidad que posee una persona para reconocer y comprender el rol preponderante que tienen las matemáticas en el mundo, usar las matemáticas para fundamentar los hechos en forma concreta. La competencia matemática alude a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Es, por consiguiente, un concepto que no solo incluye conocer la terminología y las operaciones matemáticas, implica la capacidad de utilizar el pensamiento matemático en la solución de situaciones problemáticas de la vida diaria” (p.12).

Este concepto aclara que las competencias matemáticas se evidencian cuando las personas resuelven situaciones problemáticas en una variedad de contextos.

En esa misma dirección, sobre competencias matemáticas, en un informe sobre los problemas y desafíos de la matemática en el país de Dinamarca, Niss (2002) señaló que poseer competencia matemática implica tener “la habilidad de comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juegan o podrían tener algún protagonismo” (p.7).

El desarrollo de las competencias matemáticas debe realizarse tanto en contextos fuera de las matemáticas (diversas situaciones de la vida cotidiana) y dentro de las matemáticas (situaciones disciplinares propias de la matemática).

Señala además que, si bien es cierto que para poseer competencias matemáticas es necesario tener muchos conocimientos concretos y habilidades técnicas referidas a las matemáticas, estos no son suficientes para desarrollarlas y hace una analogía indicando que por ejemplo vocabulario, ortografía y gramática son necesarios, pero no son requisitos suficientes para la alfabetización.

Las competencias matemáticas no deben ser reducidas a la adquisición de conocimientos y destrezas cognitivas. Para consolidar el desarrollo de las competencias matemáticas es necesario la actuación en diversos contextos.

Así mismo, Puig (2008) citado por Barrantes y Araya (2010) sostuvo que:

“La competencia considerada en el ámbito de las matemáticas debe explicar y predecir el conjunto, potencialmente infinito, de las actuaciones del sujeto. Sin embargo, también se puede hablar de la competencia en un dominio más o menos concreto de las matemáticas, de manera que el modelo de competencia tiene que describir la conducta del sujeto ideal en ese dominio y, así, explicar y predecir su conjunto de actuaciones posibles en ese dominio (p. 93)”.

Este autor hace énfasis en que la actuación potencial del sujeto, señala las competencias que posee en las matemáticas.

En la misma línea conceptual, D’Amore, Díaz y Fandiño (2008) señalaron que “la competencia matemática implica la capacidad-disponibilidad de observar el mundo en modo

matemático” (p.44). Una persona posee competencia matemática cuando interpreta y se comporta en un sentido matemático. En la competencia matemática se muestran tres aspectos:

- El conocimiento de la especialidad
- La voluntad o decisión para resolver una determinada situación
- La acción, persistencia, continuidad y dedicación

Según el MINEDU (2016) “La competencia matemática es un saber actuar deliberado y reflexivo que selecciona y moviliza una diversidad de habilidades, conocimientos matemáticos, destrezas, actitudes y emociones, en la formulación y resolución de problemas en una variedad de contextos” (p. 41).

2.2.2.4 Desarrollo de competencias matemáticas

Para conseguir que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas, D’Amore et al (2008, pp.50-51) sugirieron que los docentes deberían realizar las siguientes acciones:

- Trabajar con situaciones problemáticas de la vida real.
- El profesor debe enseñar el saber al estudiante, no comunicándole directamente, sino planteándole una situación didáctica (interacción entre el estudiante y un medio para resolver un problema).
- Los elementos del currículo, como la evaluación deben centrarse en los procesos (con el fin de coadyuvar oportunamente a mejorar el aprendizaje) y no en los productos. Las competencias se evalúan a través de desempeños.
- Proponer actividades de aula que sean consideradas interesantes por los estudiantes y necesarias para su acción en la sociedad.
- Estimular la imaginación y creatividad de los educandos por medio de distintas actividades matemáticas.

2.2.2.5 Dimensiones de las competencias matemáticas

Según el Ministerio de Educación (2016) en el Programa Curricular de Educación Secundaria, plantea el desarrollo de cuatro competencias en el área curricular de matemáticas, las cuales son:

1. **Competencia Resuelve problemas de cantidad.** Esta competencia implica que el estudiante: “Resuelva o formule nuevos problemas que involucren la construcción y comprensión de los conceptos de cantidad, número, de sistemas o conjuntos numéricos, así como el manejo de sus propiedades y operaciones. Además, debe darles significado a estos conocimientos y saber utilizarlos al establecer las relaciones entre los datos y las condiciones de un problema”. Así mismo, implica que el estudiante sepa distinguir si la solución debe hacerse como una estimación o con un cálculo exacto, y para esto debe elegir o crear estrategias, procedimientos y variados recursos.

En esta competencia el estudiante hace uso del razonamiento lógico, cuando hace uso de la inducción para obtener propiedades o de las analogías para resolver problemas.

Según el MINEDU, (2016) el desarrollo de esta esta competencia involucra la combinación de las siguientes capacidades: “Traduce cantidades a expresiones numéricas; Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones; Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo; y Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones” (p.149).

2. **Competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** Esta competencia implica que el estudiante: “Logre identificar regularidades o patrones (geométricos o numéricos) y encontrar reglas generales que le permitan dar respuesta a valores desconocidos. Identificar relaciones de cambio entre magnitudes, para hacer predicciones sobre el futuro comportamiento de determinados fenómenos. Para ello debe elaborar y resolver situaciones problemáticas vinculadas con el uso de las ecuaciones e inecuaciones, relaciones y funciones, y usar el razonamiento inductivo y deductivo que le permitan determinar propiedades y leyes generales”.

Según el MINEDU, (2016) el desarrollo de esta competencia involucra la conjugación de las siguientes capacidades: “Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas; comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas; usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales; y Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia” (p.156).

3. **Competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** Esta competencia implica que el estudiante: “Logre orientarse por sí mismo en el espacio y

describa la ubicación y el movimiento de los objetos en el plano y el espacio haciendo uso de sistemas de referencia. Así mismo, el estudiante debe representar, interpretar y relacionar las características de los objetos geométricos que poseen dos o tres dimensiones”.

Esta competencia involucra que el estudiante realice mediciones en forma directa o indirecta de las superficies, de los perímetros, de los volúmenes de diferentes objetos, y que logre diseñar planos y maquetas, usando los instrumentos pertinentes y métodos de construcción de manera correcta.

Según el MINEDU, (2016) esta competencia implica la conjugación de las siguientes capacidades: “Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio, y argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas” (p.163).

4. **Competencia Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** Esta competencia implica que el estudiante: “Recolecte, organice, represente y analice el comportamiento de los datos de un determinado tema de interés, para realizar predicciones razonables y tomar decisiones acertadas en base a la información procesada”. Involucra también que el estudiante analice, interprete e infiera acerca de situaciones de incertidumbre, usando la teoría de las probabilidades.

Según el MINEDU (2016, p.170) esta competencia implica la conjugación de las siguientes capacidades: “Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas; Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos; Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos; y Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida”.

Estas cuatro competencias matemáticas son las mismas en los tres niveles educativos: inicial, primaria y secundaria. Lo que se puede encontrar son los diversos niveles de desarrollo de cada una de las competencias.

Es necesario aclarar que para la presente investigación se ha tomado en cuenta dos competencias, propuestas en el Programa Curricular de Educación Secundaria. Estas

competencias son: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; y, Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

2.3 Bases filosóficas

El desarrollo de la presente investigación tiene como fundamento filosófico al positivismo, que asegura que el verdadero conocimiento, es aquel que se obtiene siguiendo los procedimientos de la ciencia, que se caracteriza por aceptar como válido, solo aquellos conocimientos que han sido obtenidos a través de la experimentación, de manera sistemática, comprobable y medible.

Las justificaciones de que el presente trabajo de investigación está enmarcado en el paradigma positivista son las siguientes:

- Se utilizó el método experimental para medir lo observado, haciendo uso de la estadística.
- Se privilegió el planteamiento de las hipótesis, los cuales fueron sometidos a verificación cuantitativa a través de pruebas estadísticas-
- Se siguió una estructura sistemática para la obtención de los resultados.

2.4 Definición de términos básicos

Las siguientes definiciones permiten entender de manera precisa los términos utilizados dentro del contexto de la presente investigación.

Actitudes. Son disposiciones o formas frecuentes de pensar, sentir y actuar de cada persona de acuerdo a una escala de valores, según una situación específica.

Capacidades. “Son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas” (MINEDU,2016, p.21).

Competencia. Es un sistema complejo que integra conocimientos, habilidades, valores y actitudes, que les permiten a las personas actuar sobre un contexto o realidad particular para resolver problemas.

Competencia matemática. “Es la habilidad de comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juegan o podría jugar algún papel” (Niss, 2002, p.7).

Conocimientos. “Son las teorías, conceptos y procedimientos legados por la humanidad en distintos campos del saber y que han sido construidos y validados por la sociedad global” (MINEDU,2016, p.21).

GeoGebra. Es un software libre y dinámico que se utiliza como herramienta TIC para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los niveles de educación básica y superior.

Habilidades. “Hacen referencia al talento, la pericia o la aptitud de una persona para desarrollar alguna tarea con éxito. Las habilidades pueden ser sociales, cognitivas, motoras” (MINEDU, 2016, p.21).

Software Educativo. Es un conjunto de programas de cómputo, que se emplean como recursos didácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que permiten la adquisición de conceptos.

2.5 Hipótesis de investigación

2.5.1 Hipótesis general

El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019.

2.5.2 Hipótesis específicas

H.E.1: El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019.

H.E.2: El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019

2.6 Operacionalización de las variables

Tabla 1
Operacionalización de la variable *Uso del software GeoGebra*

Variable	Dimensiones	Indicadores
Uso del software GeoGebra	Representación gráfica de funciones	<p>Digita o ingresa expresiones de funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Crea deslizadores vinculados a funciones lineales y cuadráticas</p> <p>Representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas.</p>
	Construcción de sólidos de revolución	<p>Construcción geométrica de un cilindro de revolución.</p> <p>Construcción geométrica de un cono y un tronco de cono circular recto.</p>

Tabla 2
Operacionalización de la variable *Desarrollo de competencias matemáticas*

Variable	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Desarrollo de competencias matemáticas	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	<p>Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.</p> <p>Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencia y reglas generales.</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</p>	1;2;3;4;5; 6;7;8;9; 10	Prueba de competencia matemática (Pretest-Postest)
	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	<p>Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.</p> <p>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</p>	11;12;13; 14;15;16; 17;18;19; 20	

Nota: Tomado del programa curricular de educación secundaria. MINEDU (2016)

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

3.1 Diseño metodológico

Se empleó el diseño cuasi experimental. Diseño con pretest y posttest con grupo de control no equivalente (los individuos no se asignaron al azar a cada grupo), con un grupo control y un grupo experimental. Con respecto a los diseños cuasi experimentales se señala lo siguiente: “Los sujetos no se asignan al azar a los grupos, ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento, son grupos intactos”. (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.148).

A cada uno de los grupos bajo las mismas condiciones ambientales se les aplicó simultáneamente una preprueba para medir las competencias matemáticas que poseen antes del experimento. Posteriormente a un grupo que se le denominó “Grupo experimental”, se les impartió las clases de Matemática usando el software educativo GeoGebra instaladas previamente en las laptops XO, y al otro grupo que se le denominó “Grupo de control” se les dictó las mismas clases de Matemática de forma tradicional, es decir sin hacer uso del software. Luego, se les administró una posprueba a ambos grupos, para finalmente realizar una comparación entre las notas promedio de ambos grupos con la finalidad de rechazar o no las hipótesis planteadas en la investigación.

El diagrama de diseño es el siguiente:

$$\begin{array}{cccc} \text{G.E:} & \text{O1} & \text{X} & \text{O2} \\ \hline \text{G.C:} & \text{O3} & - & \text{O4} \end{array}$$

Donde:

G.E: Grupo experimental

G.C: Grupo de control

X: Aplicación del software GeoGebra en las sesiones de aprendizaje

01 y 03: Mediciones pretest de la variable desarrollo de competencias matemáticas

02 y 04: Mediciones posttest de la variable desarrollo de competencias matemáticas

- : Ausencia de tratamiento

3.1.1. Tipo de investigación

El estudio es de tipo aplicada, porque se empleó o utilizó el conocimiento científico adquirido, a la solución de problemas prácticos.

Según Sánchez y Reyes (2006) “La investigación aplicada busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar; le preocupa aplicación inmediata sobre una realidad circunstancial antes que el desarrollo de un conocimiento de valor universal” (p. 37).

3.1.3. Enfoque de la investigación

El estudio presenta las características de un enfoque cuantitativo de investigación, debido a que se sustenta en el análisis estadístico de datos y la prueba de hipótesis.

Al respecto Hernández et al (2010) señalan que en el enfoque cuantitativo se “usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la predicción numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (p. 4).

3.1.4. Nivel de investigación

El estudio reúne las características de un nivel o alcance aplicativo, debido a que se pretende evaluar si el tratamiento, denominado uso del software GeoGebra mejora el desarrollo de las competencias matemáticas.

En los estudios de alcance aplicativo se plantea resolver problemas enmarcadas en la innovación tecnológica. Y las técnicas estadísticas a usar, permiten valorar el éxito de la intervención o tratamiento (Supo, 2014, p.2).

3.2 Población y muestra

3.2.1 Población

La población en el presente trabajo de investigación estuvo conformada por todos los estudiantes que cursaban el quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo, matriculados en el año 2019, que suman un total de 212.

Tabla 3
Población de estudiantes del quinto grado

Turno	Sección	Número de Estudiantes
Mañana	A	26
	B	20
	C	23
	D	23
	E	21
	F	23
Tarde	G	20
	H	17
	I	20
	J	19
TOTAL		212

Nota: Datos obtenidos de la nómina de matrícula de la I E “Pedro Paulet Mostajo” Año 2019

3.2.2 Muestra

La muestra fue de tipo no probabilística por conveniencia. Estuvo conformado por los 26 estudiantes de la sección A que fueron denominados grupo experimental, y 20 estudiantes de la sección B a los cuales se les denominó grupo de control. El rango de las edades de los participantes fue de 16 a 17 años.

Tabla 4
Muestra de estudio

	Sección	Número de Estudiantes
Quinto Grado (G.E)	A	26
Quinto Grado (G.C)	B	20
TOTAL		46

Nota: GE= Grupo experimental y GE= Grupo control

3.3 Técnicas de recolección de datos

3.3.1. Técnicas

Para el presente trabajo la técnica empleada con el fin de medir el desarrollo de competencias matemáticas fue la prueba.

3.3.2. Instrumentos

Para recoger los datos de la variable “Desarrollo de las competencias matemáticas” se construyó y aplicó una prueba de competencias matemáticas con 20 preguntas, en la cual el estudiante tuvo que justificar cada una de sus respuestas.

Se aplicó una prueba de entrada (pretest) para determinar el nivel inicial de competencias que mostraban ambos grupos de estudiantes en las competencias: “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los campos temáticos de funciones lineales y cuadráticas” y de “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en el campo temáticos de cuerpos geométricos”.

Al final de las 8 sesiones programadas se aplicó una prueba de salida (postest) a ambos grupos que midieron las mismas competencias anteriores. Para evitar el sesgo que se pueda producir en la pos prueba, se realizó un cambio en el orden de las preguntas sin perder el mismo nivel de rigurosidad.

Según Mejía (2005) “Las pruebas (test) constituyen valiosos instrumentos de medición en el análisis educacional. Son una serie de estímulos que se presentan a un individuo para suscitar respuestas, en base a las cuales se asigna una puntuación numérica” (p. 62).

Ficha técnica del instrumento

Para la evaluación de las competencias matemáticas, se elaboró una prueba teniendo en cuenta el Currículo Nacional correspondiente al nivel de secundaria del Ministerio de Educación; esta prueba tiene las siguientes características:

- Denominación: Prueba de Competencia Matemática
- Autor y año : César Wilfredo Vásquez Trejo (2019)
- Objetivo : Evaluar las competencias y capacidades del área de matemática
- Alcance : Estudiantes que cursan el quinto grado de secundaria.
- Duración : 150 minutos.
- Material : Lapicero y papel
- Descripción: Consta de 6 situaciones problemáticas de contexto, 3 situaciones que miden la competencia de Regularidad, equivalencia y cambio, conformado por 10

preguntas y las otras 3 situaciones que miden la competencia de Forma, movimiento y localización, conformado también por 10 preguntas.

- Calificación: Respuesta correcta (1 punto) y respuesta incorrecta (0 puntos)

3.3.3. Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación

Validez

Según Hernández et al (2010) señalan que “la validez en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (p.201).

La validez de Contenido de la prueba de competencias matemáticas, se realizó mediante el “Juicio de expertos”, donde participaron un equipo de 5 docentes (jueces) de reconocida experiencia en el área de investigación y especialistas en la elaboración de pruebas de competencias matemáticas, a quienes se les entregó: El instrumento, la matriz de consistencia, la matriz de operacionalización de variables y la ficha de validez de contenido. Los jueces revisaron el contenido de los ítems e hicieron las observaciones, para su posterior corrección.

Para cuantificar la validez de contenido de cada uno de las preguntas de desarrollo, se utilizó la prueba V de Aiken.

Tabla 5
Opinión de juicio de expertos

Jueces o Expertos	Opinión
1. Dr. Ernesto Maguiña Arnao	Aplicable
2. Dr. César Neri Ayala	Aplicable
3. M(o). Jaime Marcos Atanacio Rojas	Aplicable
4. M(o). Rojas Paz Jorge	Aplicable
5. Lic. Martínez Prieto Alonzo Gustavo	Aplicable

Nota: Datos obtenidos, a partir de la ficha de validez de contenido

Según Aiken (1985). El coeficiente de validez de cada ítem, puede ser calculado con la siguiente fórmula:

$$V = \frac{S_i}{n(c - 1)}$$

Donde:

V: Coeficiente de validación “V” de Aiken

Si= r-lo

r= Puntaje asignado por cada evaluador
 lo = Puntaje más bajo posible en la categoría utilizada
 n: Número de evaluadores o jueces
 c: Número de categorías de la escala de valoración

Tabla 6
Validez de contenido de la prueba de competencias matemáticas

PREGUNTAS	JUECES					Suma	“V” de Aiken	Descripción
	J1	J2	J3	J4	J5			
1	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
2	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
3	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
4	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
5	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
6	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
7	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
8	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
9	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
10	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
11	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
12	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
13	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
14	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
15	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
16	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
17	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
18	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
19	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*
20	1	1	1	1	1	5	5/5(2-1) =1.00	Válido*

Nota: *p < .05

La tabla 6, muestra que todos los ítems evaluados con el coeficiente de validez “V” de Aiken, resultaron significativos a un nivel de probabilidad $p < .05$, lo que permitió concluir que la prueba de competencias matemáticas presentó validez de contenido.

Confiabilidad

Hernández, et al (2010), afirman que “la confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto produce resultados iguales” (p.200).

Para determinar el grado de confiabilidad del instrumento, se tomó una Prueba Piloto aplicando el instrumento (pretest) a un grupo de 15 estudiantes del 5° grado de secundaria

que no formaron parte de la muestra de estudio, pero que presentaban características semejantes a la misma.

Para estimar la consistencia interna de la prueba de competencias se utilizó el coeficiente (KR 20) propuesto por Kuder y Richardson; esta técnica es aplicable a instrumentos que pueden calificarse como correcto (1 punto) o incorrecto (0 puntos). La fórmula es la siguiente:

$$KR\ 20 = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k p_i q_i}{S_t^2} \right)$$

Donde:

KR-20 : Coeficiente de fiabilidad Kuder- Richardson fórmula 20.

n : Número de ítems del instrumento.

S_t^2 : Varianza de las puntuaciones del test

p : Proporción de estudiantes que respondieron correctamente al ítem i

q : Proporción de estudiantes que respondieron incorrectamente al ítem i

Tabla 7
Fiabilidad de la prueba de competencias matemáticas

Kuder - Richardson	
(KR 20)	Nº de ítems
.832	20

Nota: Resultados de la prueba piloto

3.4 Técnicas para el procesamiento de la información

Para el tratamiento de los datos se utilizó el software estadístico SSPS versión 25, aplicando inicialmente la prueba de Shapiro-Wilk para verificar si los datos de la muestra presentaban o no una distribución normal, luego se calculó la homogeneidad de varianzas con la prueba de Levene, y según estos resultados se optó por utilizar la prueba paramétrica t de Student para muestras independientes o la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney.

MATRIZ DE CONSISTENCIA: EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PEDRO PAULET MOSTAJO DE HUACHO EN EL 2019

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
<p><u>Problema general</u></p> <p>¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019?</p> <p><u>Problemas específicos</u></p> <p>¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019?</p>	<p><u>Objetivo general</u></p> <p>Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019.</p> <p><u>Objetivos específicos</u></p> <p>Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa “Pedro Paulet Mostajo” de Huacho, 2019</p>	<p><u>Hipótesis general</u></p> <p>El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019.</p> <p><u>Hipótesis específicas</u></p> <p>El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa “Pedro Paulet Mostajo” de Huacho, 2019</p>	<p>Variable independiente</p> <p>Uso del software GeoGebra</p>	<p>Representación gráfica de funciones</p> <p>Construcción de sólidos de revolución</p>	<p>Digita o ingresa expresiones de funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Crea deslizadores vinculados a funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Construcción geométrica de un cilindro de revolución</p> <p>Construcción geométrica de un cono y un tronco de cono circular recto.</p>	<p>ENFOQUE Cuantitativo</p> <p>TIPO DE INVESTIGACIÓN Aplicado</p> <p>NIVEL DE INVESTIGACIÓN Aplicativo</p> <p>DISEÑO DE INVESTIGACIÓN Cuasi-experimental con Pretest y Postest El esquema es: G.E: O1 X O2 G.C: O3 - O4</p> <p>Donde: G.E: Grupo experimental G.C: Grupo de control O1 y O3: Mediciones pretest de la variable desarrollo de competencias O2 y O4: Mediciones posttest de la variable desarrollo de competencias. X: Aplicación del software GeoGebra al grupo experimental</p>

<p>¿En qué medida el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019?</p>	<p>Demostrar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019</p>	<p>El uso del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo de Huacho en el año 2019</p>	<p>Variable dependiente</p> <p>Desarrollo de competencias matemáticas</p>	<p>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</p> <p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p>	<p>Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.</p> <p>Comunica la comprensión de las relaciones algebraicas.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</p> <p>Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones</p> <p>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</p>	<p>TECNICAS E INSTRUMENTOS Técnica: Pruebas Instrumento: Prueba de competencias matemáticas.</p> <p>POBLACIÓN Está constituida por los estudiantes del quinto grado que suman un total de 214</p> <p>TAMAÑO DE MUESTRA La muestra lo conforman 26 estudiantes de la sección A que conforman el grupo experimental y 20 de la sección B que conforman el grupo control.</p> <table border="1" data-bbox="1821 746 2219 938"> <thead> <tr> <th>SECCCIÓN</th> <th>NÚMERO DE ESTUDIANTES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>26</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>TIPO DE MUESTRA Muestra no probabilística por conveniencia.</p>	SECCCIÓN	NÚMERO DE ESTUDIANTES	A	26	B	20
SECCCIÓN	NÚMERO DE ESTUDIANTES											
A	26											
B	20											

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1 Análisis de resultados

4.1.1 De la variable: Desarrollo de competencias matemáticas

A continuación, se exponen los resultados descriptivos y su análisis correspondiente, respecto a las puntuaciones obtenidas en la de competencias matemáticas.

Tabla 8

Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en el grupo control

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	20	11.9	1.52
Posttest	20	13.6	1.32

En la tabla 8 se presentan el promedio de las notas en el pretest y posttest del grupo control. Se observa que el valor de la media y la desviación estándar en el pretest fue de (M=11.9 ;DE=1.52) y en el posttest fue de (M=13.6; DE=1.32) esto indica que hubo un ligero incremento en el promedio respecto del desarrollo de competencias matemáticas en el grupo de control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

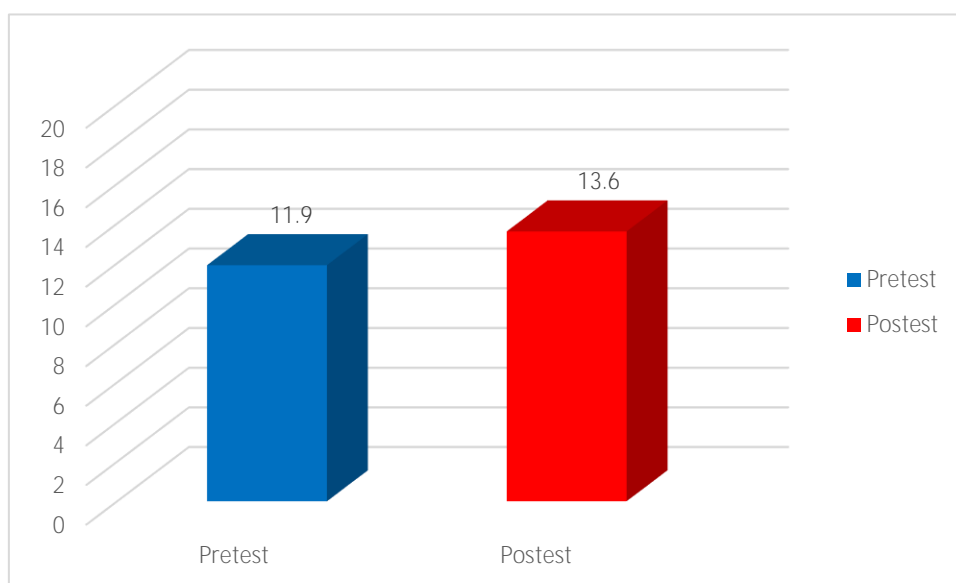


Figura 6. Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en el GC

Tabla 9
Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en el grupo experimental

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	26	12.00	1.20
Postest	26	17.04	1.08

En la tabla 9 se presenta el promedio de las notas obtenidas en el pretest y postest del grupo experimental. Se observa que el valor de la media y la desviación estándar en el pretest fue de (M=12.0 ; DE=1.2) y en el postest fue de (M= 17.04; DE=1,08) esto indica que al grupo de estudiantes al cual se les enseñó matemáticas con apoyo del software Geogebra tuvo un incremento de promedio muy significativo, respecto al desarrollo de competencias matemáticas.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

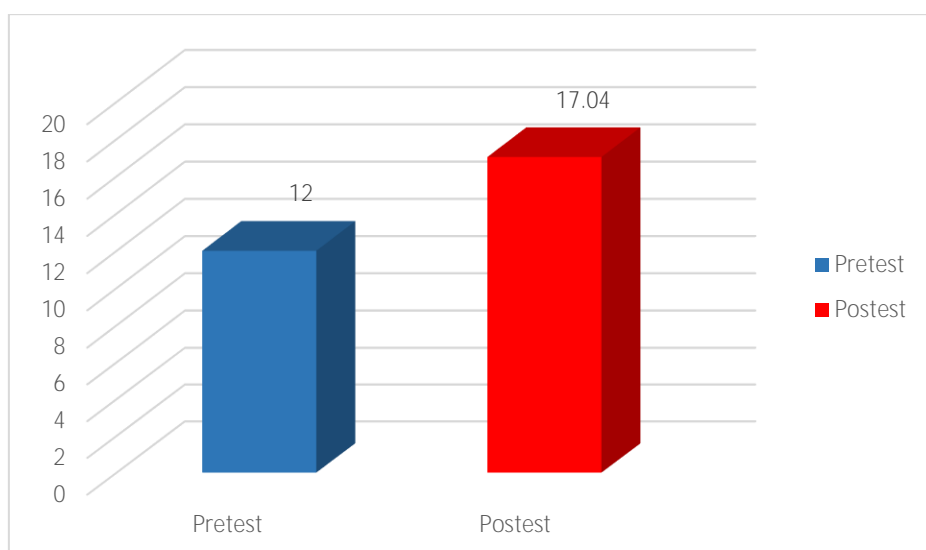


Figura 7. Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en el GE

Tabla 10
Descriptivos. Prueba de competencias matemáticas en los grupos control y experimental

	Grupos	N	Media	Desviación estándar
Pretest	Control	20	11.90	1.52
	Experimental	26	12.00	1.20
Postest	Control	20	13.55	1.32
	Experimental	26	17.04	1.08

En la tabla 10 se muestra que en el pretest ambos grupos obtuvieron resultados muy similares. El grupo control obtuvo una media de 11.90 mientras que el grupo experimental alcanzó una media de 12.0 observándose una diferencia muy pequeña de 0.10 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control.

En el posttest puede observarse que el grupo control alcanzó una media de 13.55 mientras que el grupo experimental alcanzó una media de 17.04 observándose una diferencia de 3.49 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de matemática con ayuda del software Geogebra mejoró notablemente su promedio con respecto a los estudiantes del grupo control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

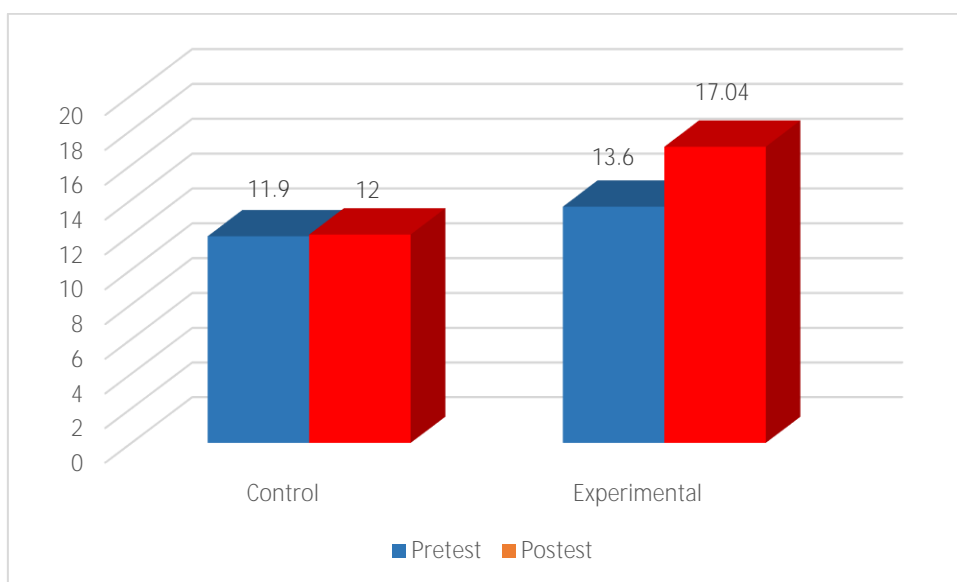


Figura 8. Comparación de notas promedio del desarrollo de competencias en los GC y GE

4.1.2 De la competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Tabla 11

Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GC

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	20	11.20	1.64
Posttest	20	13.05	1.54

En la tabla 11 se presenta el promedio de las notas obtenidas en el pretest y postest del grupo control (GC). Se observa que el valor de la media y desviación estándar en el pretest fue de (M=11.2 ;DE=1.64) y en el postest fue de (M=13,05; DE=1.54) esto indica que hubo un incremento en el promedio respecto del desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en el grupo de control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

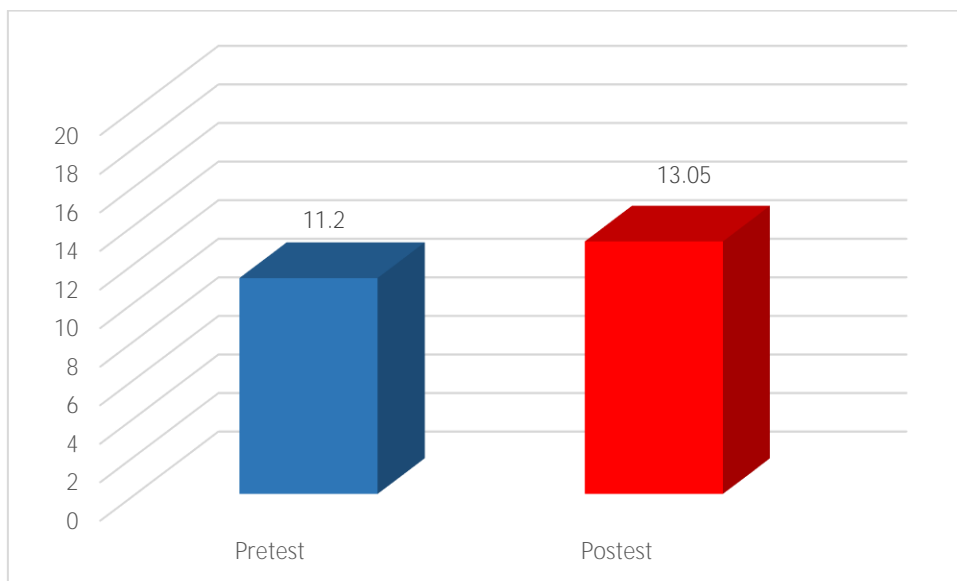


Figura 9. Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GC.

Tabla 12

Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GE

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	26	11.46	1.39
Posttest	26	16.54	1.42

En la tabla 12 se presenta el promedio de las notas obtenidas en el pretest y postest del grupo experimental (GE). Se observa que el valor de la media y desviación estándar en el pretest fue de (M=11.46 ; DE=1.39) y en el postest fue de (M=16,54; DE=1.42) esto indica que al grupo de estudiantes a los cuales se les enseñó matemáticas con apoyo del software Geogebra tuvo un incremento promedio muy significativo respecto al desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

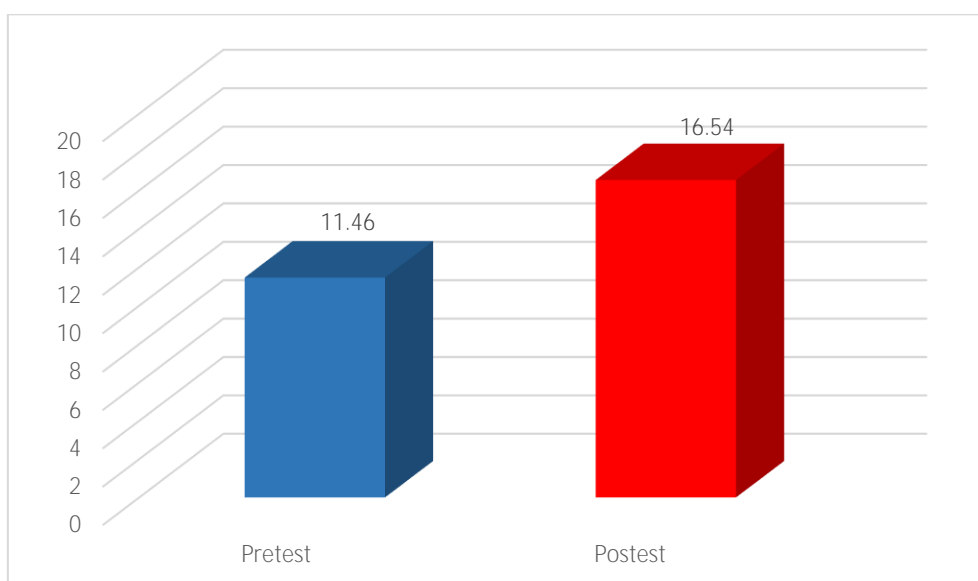


Figura 10. Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en el GE

Tabla 13

Descriptivos. Competencia regularidad, equivalencia y cambio en los grupos control y experimental

	Grupos	N	Media	Desviación estándar
Pretest	Control	20	11.20	1.64
	Experimental	26	11.46	1.39
Posttest	Control	20	13.05	1.54
	Experimental	26	16.54	1.42

En la tabla 13 se muestra que en el pretest ambos grupos obtuvieron resultados muy similares. El grupo control obtuvo una media de 11.20 y el grupo experimental alcanzó una media de 11.46 observándose una diferencia muy pequeña de 0.26 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control.

En el posttest puede observarse que el grupo control alcanzó una media de 13.05 y el grupo experimental alcanzó una media de 16.54 observándose una diferencia de 3.49 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio con ayuda del software Geogebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

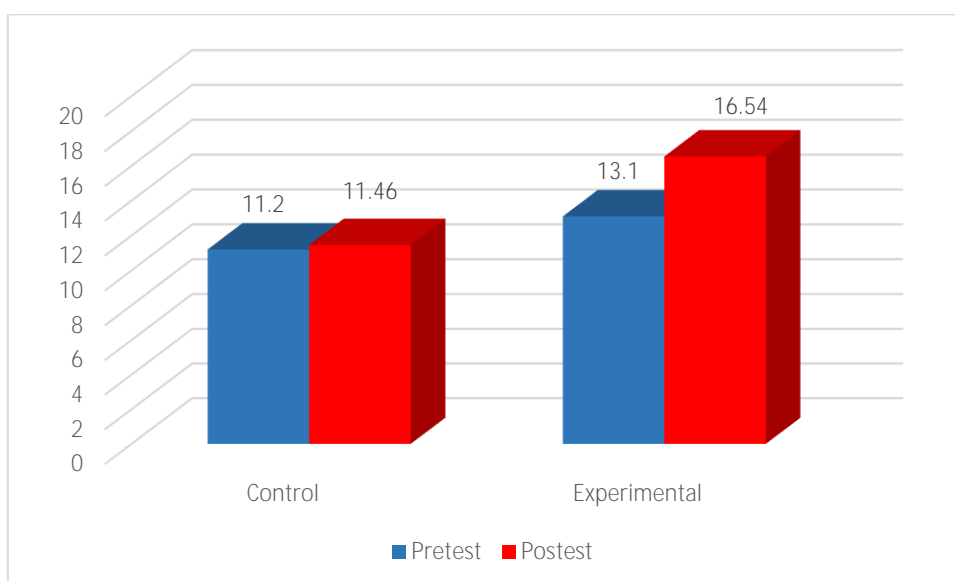


Figura 11. Comparación de las notas promedio de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en los GC y GE

4.1.3 De la competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Tabla 14

Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en el GC

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	20	12.10	2.32
Posttest	20	13.80	1.64

En la tabla 14 se presenta el promedio de las notas obtenidas en el pretest y posttest del grupo control (GC). Se observa que el valor de la media y desviación estándar en el pretest fue de (M=12.10 ; DE=2.32) y en el posttest fue de (M=13.80 ; DE=1.64) esto indica que hubo un incremento en el promedio respecto del desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” en el grupo de control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

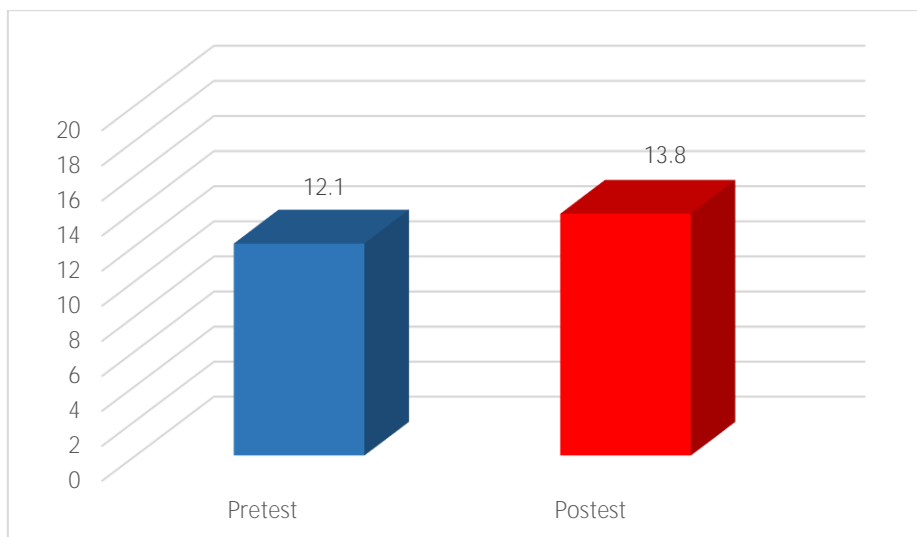


Figura 12. Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en el GC

Tabla 15

Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en el GE

	N	Media	Desviación estándar
Pretest	26	12.12	1.53
Posttest	26	16.92	1.35

En la tabla 15 se presenta el promedio de las notas obtenidas en el pretest y posttest del grupo experimental. Se observa que el valor de la media y desviación estándar en el pretest fue de (M=12.12 ;DE=1.53) y en el posttest fue de (M=16.92 ;DE=1.35) esto indica que al grupo de estudiantes al cual se les enseñó matemáticas con apoyo del software Geogebra tuvo un incremento de promedio muy significativo, respecto al desarrollo de competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

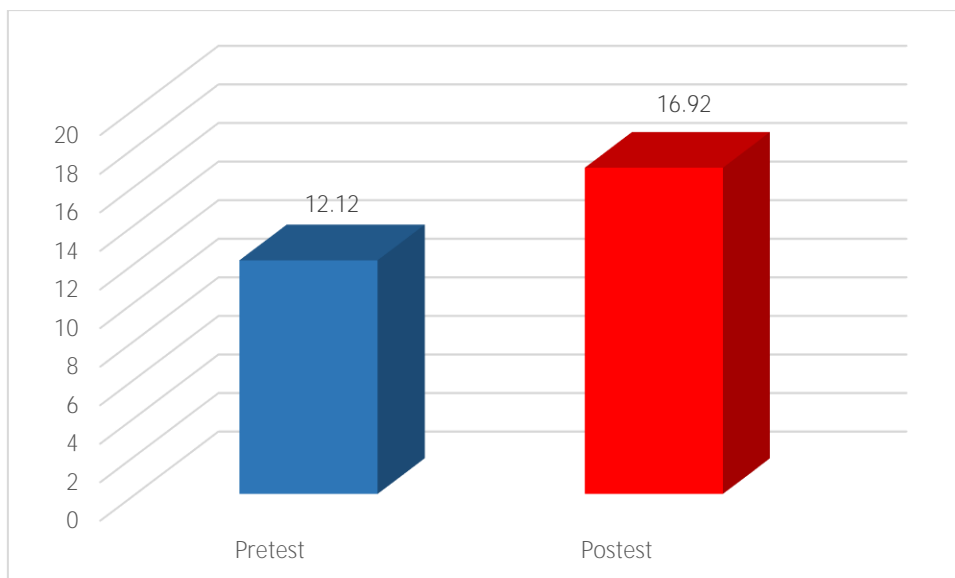


Figura 13. Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en el GE

Tabla 16

Descriptivos. Competencia forma, movimiento y localización en los grupos control y experimental

	Grupos	N	Media	Desviación estándar
Pretest	Control	20	12.10	2.32
	Experimental	26	12.12	1.53
Posttest	Control	20	13.80	1.64
	Experimental	26	16.92	1.35

En la tabla 16 se muestra que en el pretest ambos grupos obtuvieron resultados muy similares. El grupo control obtuvo una media de 12.10 y el grupo experimental alcanzó una media de 12.12 observándose una diferencia muy pequeña de 0.02 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control.

En el posttest puede observarse que el grupo control alcanzó una media de 13.80 y el grupo experimental alcanzó una media de 16.92 observándose una diferencia de 3.12 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de forma, movimiento y localización con ayuda del software Geogebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo control.

Para una mejor visualización se muestra la siguiente figura:

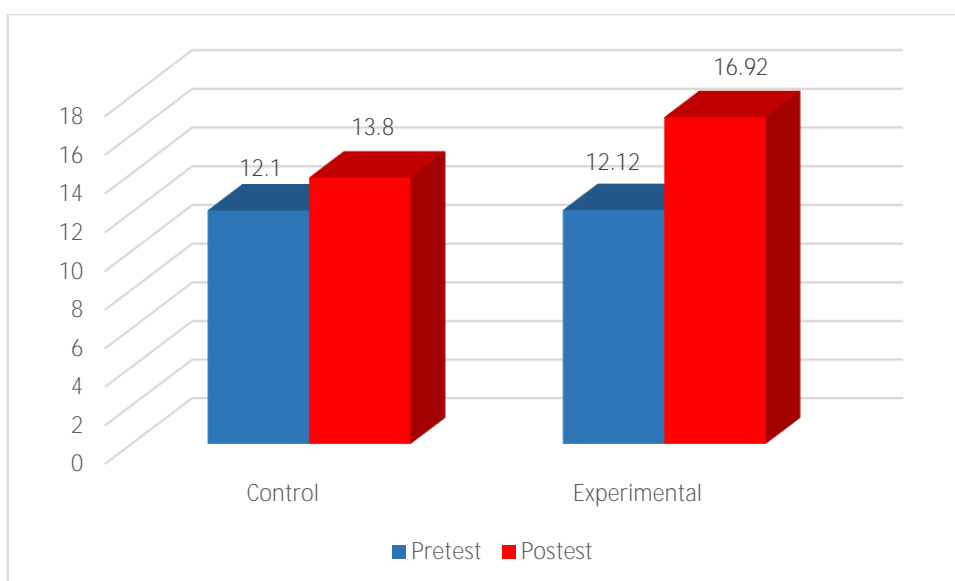


Figura 14. Comparación de las notas promedio de la competencia forma, movimiento y localización en los GC y GE.

4.2 Contrastación de hipótesis

4.2.1 Contrastación de la hipótesis general

Prueba de Normalidad

Para corroborar si las puntuaciones del posttest de los grupos control y experimental se distribuyen normalmente, se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, siguiendo del procedimiento siguiente.

1) Planteo de las hipótesis estadísticas:

Hipótesis Nula (H_0): Las puntuaciones posttest de la variable desarrollo de competencias matemáticas siguen una distribución normal.

Hipótesis Alternativa (H_a): Las puntuaciones posttest de la variable desarrollo de competencias matemáticas no siguen una distribución normal.

2) Nivel de significancia de la prueba:

$$= 5 \% = .05$$

3) Estadístico de prueba: Shapiro-Wilk

Tabla 17

Prueba de normalidad. Desarrollo de competencias matemáticas

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Desarrollo de competencias matemáticas	.943	46	.026

4) Regla de decisión:

Si $p\text{-valor} < .05$ se rechaza la hipótesis nula

Si $p\text{-valor} > .05$ no se rechaza la hipótesis nula

5) Conclusión:

Como el $p\text{-valor} = .026 < .05$ entonces existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis nula. Es decir, los puntajes de las calificaciones del postest de la variable desarrollo de competencias matemáticas no siguen una distribución normal.

Al comprobarse, que las notas del postest de los grupos control y experimental no cumplen con el supuesto de normalidad. Entonces, para probar la hipótesis general se utilizó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney.

Prueba U de Mann-Whitney

1) Hipótesis Estadísticas:

Hipótesis nula (H_0): No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medianas de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto al desarrollo de competencias matemáticas ($Me_1 = Me_2$).

Hipótesis Alternativa (H_a): Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medianas de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto al desarrollo de competencias matemáticas ($Me_1 \neq Me_2$).

2) Nivel de significancia estadística: $= 5\% = .05$

3) Estadístico de prueba: Prueba U de Mann-Whitney

$$Z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

Tabla 18
Prueba U de Mann-Whitney del Desarrollo de competencias matemáticas

Estadísticos de prueba ^a	
	Desarrollo de competencias
U de Mann-Whitney	11,000
W de Wilcoxon	221,000
Z	-5,587
Sig. asintótica(bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: Grupos

4) Regla de decisión:

Si p-valor < .05 se rechaza la hipótesis nula

Si p-valor > .05 no se rechaza la hipótesis nula

5) Conclusión:

Como se aprecia en la tabla 18, la prueba U de Mann-Whitney muestra que en el postest hay diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones del grupo control y experimental ($p = .000 < .05$), demostrándose de este modo que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes.

4.2.2 Contrastación de las hipótesis específicas

4.2.2.1 Contrastación de la hipótesis específica 1

Prueba de Normalidad

Para corroborar si las calificaciones del postest de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, de los grupos control y experimental se distribuyen normalmente, se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, siguiendo del procedimiento siguiente.

Planteo de las hipótesis estadísticas:

Hipótesis Nula (H₀): Las calificaciones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio siguen una distribución normal.

Hipótesis Alternativa (H_a): Las calificaciones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio no siguen una distribución normal.

Nivel de significancia estadística: = 5 % = .05

Estadístico de prueba: Shapiro-Wilk

Tabla 19

Prueba de normalidad. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	.965	46	.187

Regla de decisión:

Si p-valor < .05 se rechaza la hipótesis nula

Si p-valor > .05 no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como el valor de probabilidad p-valor > .05 entonces, existe evidencia suficiente para no rechazar la hipótesis nula. Es decir, las calificaciones del postest de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio siguen una distribución normal.

Prueba de homogeneidad de varianzas

Para corroborar si las varianzas de las calificaciones entre los grupos control y experimental difieren o no, se utilizó la prueba de Levene.

Planteo de las hipótesis:

Hipótesis Nula (H₀): No existen diferencias estadísticamente significativas entre las varianzas de las calificaciones de los grupos experimental y control ($\sigma_{GE}^2 = \sigma_{GC}^2$).

Hipótesis Alternativa (H_a): Existen diferencias estadísticamente significativas entre las varianzas de las calificaciones de los grupos experimental y control ($\frac{\sigma_{GE}^2}{\sigma_{GC}^2}$).

Nivel de significancia estadística: = 5% = .05

Estadístico de prueba: Prueba F de Levene

Tabla 20

Prueba de Levene. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas	
		F	Sig.
Postest	Se asumen varianzas iguales	.015	.904
	No se asumen varianzas iguales		

Regla de decisión:

Si: p-valor < .05 se rechaza la hipótesis nula

Si: p-valor > .05 no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como la probabilidad obtenida p-valor > .05 entonces no se rechaza la hipótesis nula. Es decir, la varianza de las calificaciones en los estudiantes de los grupos control y experimental, con respecto a la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio son iguales. Esto indica el cumplimiento del supuesto de homogeneidad de varianzas.

Al verificarse los supuestos de normalidad y homocedasticidad, con las notas del postest de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los grupos control y experimental. Entonces, para probar la hipótesis de diferencia de medias se utilizó la prueba paramétrica “t” de Student para dos muestras independientes.

Prueba “t” de Student para dos muestras independientes

Planteo de las hipótesis estadísticas:

Hipótesis nula (H₀): No existen diferencias estadísticamente significativas entre la media de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto a la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. ($\mu_{GC} = \mu_{GE}$).

Hipótesis Alternativa (H_a): Existen diferencias estadísticamente significativas entre la media de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto a la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. ($\mu_{GC} \neq \mu_{GE}$).

Nivel de significancia estadística: $\alpha = 5\% = .05$

Estadístico de prueba: Prueba t de Student para 2 muestras independientes

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Tabla 21

Prueba t de Student. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

		prueba t para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
							Inferior	Superior
Postest	Se asumen varianzas iguales	-7.965	44	.000	-3.488	.438	-4.371	-2.606
	No se asumen varianzas iguales	-7.881	39.268	.000	-3.488	.443	-4.384	-2.593

Regla de decisión:

- Si: p-valor < .05; se rechaza la hipótesis nula
- Si: p-valor > .05; no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como se aprecia en la tabla 21, la prueba t de Student muestra que en el postest hay diferencias estadísticamente significativas en la media de las calificaciones entre los grupos control y experimental ($t = -7.965$; $p\text{-valor} = .000 < .05$); demostrándose de este modo que el uso del software Geogebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

4.2.2.2 Contrastación de la hipótesis específica 2

Prueba de Normalidad

Se corroboró si las calificaciones del postest de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, de los grupos control y experimental se distribuyen normalmente. Para ello se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk, siguiendo del procedimiento siguiente.

Planteo de las hipótesis estadísticas:

Hipótesis Nula (H_0): Las calificaciones de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización siguen una distribución normal.

Hipótesis Alterna (H_a): Las calificaciones de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización no siguen una distribución normal.

Nivel de significancia estadística: $= 5\% = .05$

Estadístico de prueba: Shapiro-Wilk

Tabla 22

Prueba de normalidad. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	.959	46	.105

Regla de decisión:

Si $p\text{-valor} < .05$ se rechaza la hipótesis nula

Si $p\text{-valor} > .05$ no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como el p-valor = .105 > .05 entonces, existe evidencia suficiente para no rechazar la hipótesis nula. Es decir, las calificaciones del postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización siguen una distribución normal.

Prueba de homogeneidad de varianzas

Se corroboró si las varianzas de las calificaciones entre los grupos control y experimental difieren o no. Para ello se utilizó la prueba de Levene.

Planteo de las hipótesis:

Hipótesis Nula (H_0): No existen diferencias estadísticamente significativas entre las varianzas de las calificaciones de los grupos experimental y control ($\sigma_{GE}^2 = \sigma_{GC}^2$).

Hipótesis Alternativa (H_a): Existen diferencias estadísticamente significativas entre las varianzas de las calificaciones de los grupos experimental y control ($\sigma_{GE}^2 \neq \sigma_{GC}^2$).

Nivel de significancia estadística: = 5 % = .05.

Estadístico de prueba: Prueba F de Levene

Tabla 23

Prueba de Levene. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas	
		F	Sig.
Postest	Se asumen varianzas iguales	2.107	.154
	No se asumen varianzas iguales		

Regla de decisión:

Si: p-valor < .05 se rechaza la hipótesis nula

Si: p-valor > .05 no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como la probabilidad obtenida p-valor = .154 > .05 entonces no se rechaza la hipótesis nula. Es decir, la varianza de las calificaciones en los estudiantes en los grupos control y experimental, con respecto a la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y

localización son iguales. Esto indica el cumplimiento del supuesto de homogeneidad de varianzas.

Al verificarse los supuestos de normalidad y homocedasticidad con las notas del postest de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los grupos control y experimental. Entonces, para probar la hipótesis de diferencia de medias se utilizó la prueba paramétrica t de Student para dos muestras independientes.

Prueba t de Student para dos muestras independientes

Planteo de las hipótesis estadísticas:

Hipótesis nula (H₀): No existen diferencias estadísticamente significativas entre la media de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto a la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización ($\mu_{GC} = \mu_{GE}$).

Hipótesis Alternativa (H_a): Existen diferencias estadísticamente significativas entre la media de calificaciones del grupo control y experimental, en el postest con respecto a la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización ($\mu_{GC} \neq \mu_{GE}$).

Nivel de significancia estadística: = 5 % = .05

Estadístico de prueba: Prueba t de Student para 2 muestras independientes

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Tabla 24
Prueba t de Student.. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

		prueba t para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de error estándar	Diferencia de la inferior superior	
Postest	Se asumen varianzas iguales	-7.070	44	.000	-3.123	.442	-4.013	-2.233
	No se asumen varianzas iguales	-6.893	36.498	.000	-3.123	.453	-4.042	-2.205

Regla de decisión:

- Si: $p\text{-valor} < .05$; se rechaza la hipótesis nula
- Si: $p\text{-valor} > .05$; no se rechaza la hipótesis nula

Conclusión:

Como se aprecia en la tabla 24, la prueba t de Student muestra que en el posttest presenta diferencias estadísticamente significativas en la media de las calificaciones entre los grupos control y experimental ($t = -7.070$; $p\text{-valor} = .000 < .05$); demostrándose de este modo que el uso del software Geogebra mejora significativamente el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN

5.1 Discusión de resultados

Los resultados en la presente investigación muestran que en el posttest el grupo experimental obtuvo un mejor promedio que el grupo de control, lo que implica que el uso del software Geogebra mejora significativamente el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo en el año 2019.

Este resultado concuerda con el resultado encontrado por Díaz (2017) quien en su investigación realizado bajo un diseño cuasiexperimental, encontró que la aplicación del software GeoGebra influye en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes del 4° año de la Institución Educativa Trilce de Santa Anita.

De la misma manera, el resultado encontrado en la presente investigación guarda similitud con los hallados por Pablo (2016) quien luego de haber realizado una investigación de tipo aplicada y con un diseño cuasiexperimental encontró que en el posttest el grupo experimental obtuvo un mejor desempeño que el grupo de control, lo que demostró que el software GeoGebra influyó en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte del distrito El Agustino.

Así mismo, el resultado del presente trabajo concuerda con los resultados de Quispe (2016), quien en su investigación realizado bajo un diseño cuasiexperimental, llegó a la conclusión, de que la aplicación del programa GeoGebra tuvo un efecto significativo en la mejora para la solución de operaciones algorítmicas y heurísticas de matemática en los estudiantes del tercer grado de secundaria en la Institución Educativa N° 88044 en el distrito de Coishco.

Como se puede evidenciar, las diferentes investigaciones realizadas fortalecen los resultados obtenidos y demuestran que en el uso del software GeoGebra mejora el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos de las pruebas de hipótesis, se llegó a las siguientes conclusiones:

PRIMERA: Se encontró que existe diferencia estadísticamente significativa entre la media de calificaciones del grupo de control y experimental en el postest con respecto al desarrollo de competencias matemáticas, pues en la prueba U de Mann-Whitney el valor de la significancia estadística $p\text{-valor} = .000 < .05$; comprobándose de este modo que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo.

Con respecto al desarrollo de competencias matemáticas se encontró que en el pretest el grupo de control obtuvo una nota promedio de 11.9 y el grupo experimental alcanzó una media de 12.0; observándose una diferencia muy pequeña de .10 puntos. Con ello se evidenció que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control. En el postest se encontró que el grupo de control alcanzó una nota promedio de 13.55 mientras que el grupo experimental alcanzó una media de 17.04 observándose una diferencia de 3.49 puntos. Con ello se evidenció que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de matemática con el apoyo del software Geogebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo de control.

SEGUNDA: Se encontró que existe diferencia estadísticamente significativa entre la media de calificaciones del grupo de control y experimental en el postest con respecto al desarrollo de competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, pues en la prueba t de Student el valor de la significancia estadística $p\text{-valor} = .000 < .05$; comprobándose de este modo que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo.

Con respecto al desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio se encontró que en el pretest el grupo de control obtuvo una nota promedio de 11.20 y el grupo experimental alcanzó una media de 11.46 observándose una diferencia muy pequeña de .26 puntos. Con ello se evidenció que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control. En el postest se encontró que el grupo de control alcanzó una nota promedio de 13.05 y el grupo experimental alcanzó una media de 16,54 observándose una diferencia de 3.49 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio con ayuda del software Geogebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo de control.

TERCERA: Se encontró que existe diferencia estadísticamente significativa entre la media de calificaciones del grupo de control y experimental, en el postest con respecto al desarrollo de competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, pues en la prueba t de Student el valor de la significancia estadística $p\text{-valor} = .000 < .05$; comprobándose de este modo que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente el desarrollo de competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet Mostajo.

Con respecto al desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización se encontró que en el pretest el grupo de control obtuvo una nota promedio de 12.10 y el grupo experimental alcanzó una media de 12.12 observándose una diferencia muy pequeña de .02 puntos. Con ello se evidenció que el grupo experimental no tuvo ninguna ventaja inicial sobre el grupo de control. En el postest se encontró que el grupo de control alcanzó una nota promedio de 13.80 y el grupo experimental alcanzó una media de 16.92 observándose una diferencia de 3.12 puntos. Con ello se evidencia que el grupo experimental al cual se le enseñó a resolver problemas de forma, movimiento y localización con ayuda del software Geogebra mejoró notablemente su promedio en comparación a los estudiantes del grupo de control.

6.2 Recomendaciones

Primera: La Dirección Regional de Educación de Lima Provincias, en coordinación con la Unidad de Gestión Educativa Local N° 09 Huaura, deben llevar a cabo capacitaciones para los docentes del nivel secundario del área de matemáticas en el manejo del software

educativo GeoGebra. Con la finalidad de que los docentes enseñen de una manera dinámica la resolución de las situaciones problemáticas propuestas en el área de matemáticas.

Segunda: Los docentes del área de matemáticas deben innovar sus estrategias pedagógicas, apoyándose en el uso del software educativo Geogebra, pues ello facilita el proceso de aprendizaje de las matemáticas, tal como se ha demostrado en la presente investigación.

Tercera: La dirección de la Institución Educativa debe gestionar la mejora e implementación del aula de Innovación Pedagógica, en cuanto a infraestructura y la adquisición de computadoras modernas, de modo que los docentes puedan llevar a cabo su labor académica de una manera adecuada.

Cuarta: Teniendo en cuenta los resultados de la presente investigación, se sugiere desarrollar posteriores investigaciones causales, que tengan como variable de estudio el uso de softwares educativos en la enseñanza de la matemática a nivel de la educación básica regular y superior universitaria.

REFERENCIAS

A continuación, se detalla las fuentes utilizadas para el desarrollo de la presente investigación:

7.1 Fuentes documentales

- Barahona , F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, 28(5), 121-132. Obtenido de <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>
- Barrantes, H., & Araya, J. (2010). Competencias matemáticas en la enseñanza media. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*(6), 39-62.
- Bermeo, O. (2017). *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería 2016*. (Tesis Doctoral), Universidad César vallejo, Lima.
- Carbajal, J., Rincón, E., & Zuñiga, L. (2017). Uso del software Geogebra como estrategia de enseñanza para triángulos rectángulos de 30-60 dirigida a estudiantes de décimo grado. *Revista de Investigación Educativa de la Escuela de Graduados en Educación*, 7, 56-62. doi:https://research.tec.mx/vivo-tec/display/AcademicArticle_132816
- Carrillo de Albornoz, A. (2009). *GeoGebra. Mucho más que Geometría dinámica* . España: Ra-Ma.
- D'Amore, B., Díaz, J., & Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Debárbora, N. (2012). *El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad*. (Tesis de Maestría), Universidad Nacional de San Martín-Argentina.
- Díaz, J. (2017). *La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015*. (Tesis de Maestría), Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima.
- Díaz-Barriga, A. (Enero-marzo de 2006). El enfoque de competencias en la educación. ¿una alternativa o un difraz de cambio? *Perfiles educativos*, XXVIII(111), 7-36. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>

- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Luvicza, Z. (Enero de 2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/234730242_Introducing_Dynamic_Mathematics_Software_to_Secondary_School_Teachers_The_Case_of_GeoGebra
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (marzo de 2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7(1448). Obtenido de https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima: Autor.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima: Autor.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standars for School of Mathematics*. Virginia, Estados Unidos: NCTM. Obtenido de <https://www.nctm.org/standards/>
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of matematics: The danish KOM proyect*. Roskilde, Denamark. Obtenido de <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico. (2006). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. París,Francia: OCDE.
- Pablo, M. (2016). *Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015*. (Tesis Doctoral), Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima.
- Portilla, J. (2014). *Uso de Geogebra cmo recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y tecnología*. Trabajo de Fin de Master, Universidad Internacional de la Rioja, Sevilla. Obtenido de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan_portilla_Ciriquian.pdf?sequence=1
- Quispe, M. (2016). *Aplicación del programa Geogebra en la solución de operaciones algorítmicas y heurísticas de matemática del tercer grado de secundaria*. (Tesis Doctoral), Universidad San Pedro, Chimbote.

Tobón, S. (2013). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. Bogotá, Colombia: ECOE.

7.2 Fuentes bibliográficas

Carrillo de Albornoz, A. (2009). *GeoGebra. Mucho más que Geometría dinámica*. España: Ra-Ma.

D'Amore, B., Díaz, J., & Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima: Autor.

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima: Autor.

Tobón, S. (2013). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. Bogotá, Colombia: ECOE.

7.3 Fuentes hemerográficas

Barrantes, H., & Araya, J. (2010). Competencias matemáticas en la enseñanza media. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*(6), 39-62.

Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico. (2006). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. París, Francia: OCDE.

7.4 Fuentes electrónicas

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, 28(5), 121-132. Obtenido de <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>

Carbajal, J., Rincón, E., & Zuñiga, L. (2017). Uso del software Geogebra como estrategia de enseñanza para triángulos rectángulos de 30-60 dirigida a estudiantes de décimo grado. *Revista de Investigación Educativa de la Escuela de Graduados en Educación*, 7, 56-62. doi:https://research.tec.mx/vivo-tec/display/AcademicArticle_132816

- Díaz-Barriga, A. (Enero-marzo de 2006). El enfoque de competencias en la educación. ¿una alternativa o un disfraz de cambio? *Perfiles educativos*, XXVIII(111), 7-36. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Luvicza, Z. (Enero de 2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/234730242_Introducing_Dynamic_Mathematics_Software_to_Secondary_School_Teachers_The_Case_of_GeoGebra
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (marzo de 2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7(1448). Obtenido de https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standars for School of Mathematics*. Virginia, Estados Unidos: NCTM. Obtenido de <https://www.nctm.org/standards/>
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of matematics: The danish KOM proyect*. Roskilde, Denamark. Obtenido de <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Portilla, J. (2014). *Uso de Geogebra cmo recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y tecnología*. Trabajo de Fin de Master, Universidad Internacional de la Rioja, Sevilla. Obtenido de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan_portilla_Ciriquian.pdf?sequence=1

ANEXOS

PRUEBA DE COMPETENCIA MATEMÁTICA

COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

Alumno (a):

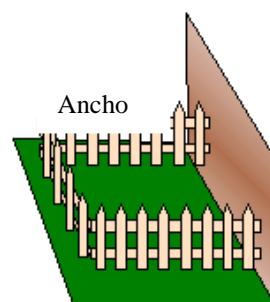
Grado: Quinto

Sección:

Indicaciones: Lee cuidadosamente cada pregunta y responde.

EL JARDÍN IDEAL

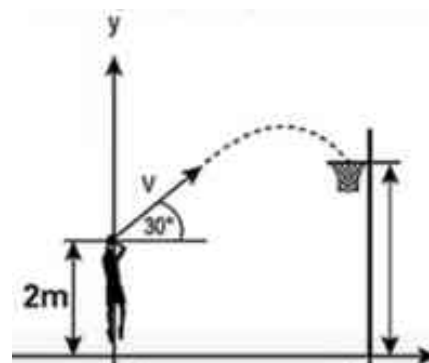
Una persona dispone de 20 m de malla metálica y desea cercar su jardín rectangular, sabiendo que solo debe colocarla sobre tres lados porque el cuarto lado limita con la pared de su casa. (Ver figura)



- 1) Encuentre una expresión algebraica que represente el área en términos del ancho del jardín
- 2) Trace la gráfica de la función y responda: ¿Qué nombre recibe la figura?
- 3) Si se desea que el jardín tenga la mayor área posible ¿cuánto debe medir el ancho del jardín?

EL BALONCESTO

El famoso basquetbolista peruano Ricardo Duarte, cuya estatura es de 2.0 m. Durante una exhibición de baloncesto realiza el lanzamiento de un balón desde una distancia de 8 m, con un ángulo de elevación de 30° y a una velocidad de 12m/s. Se sabe que el aro de la canasta está situado a 3 m de altura sobre el piso tal como se muestra en la figura. Si el modelo matemático que expresa la altura del balón en función al



tiempo es: $y = y_0 + (v_0 \text{sen } \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

Utilizando los datos, responda a las siguientes preguntas:

- 4) Encuentre la expresión matemática que permita conocer la altura en función del tiempo $h=f(t)$.
Asumiendo que $(g=10\text{m/s}^2)$.
- 5) A partir de la ecuación obtenida, grafique la función.
- 6) Determine algebraicamente la altura máxima que alcanza el balón.
- 7) ¿Qué tiempo tarda el balón en llegar a la canasta?

LA TELEFONÍA MÓVIL

La compañía de telefonía móvil “Móvil Line” cobra S/. 30 mensuales, la cual incluye 75 minutos mensuales para realizar llamadas nacionales. Pero por cada minuto adicional a ese tiempo cobra una tarifa de S/. 0.20.

- 8) Formule una expresión matemática que represente el pago mensual de “x” minutos de consumo.
- 9) Esboce una gráfica de la función.
- 10) Si el pago de una persona en un determinado mes fue de S/.40.20 ¿Cuántos minutos de llamadas utilizó en dicho mes?

COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

EL CUMPLEAÑOS DE LA MAESTRA

Para celebrar la fiesta de cumpleaños de la profesora de matemáticas, los estudiantes del quinto grado de secundaria han acordado confeccionar gorros de cartulina en forma de cono de 20 cm de altura. Para ello diseñan una plantilla dibujando el desarrollo de la superficie lateral de un cono, con sus respectivas medidas (Ver figura). Si se sabe que el



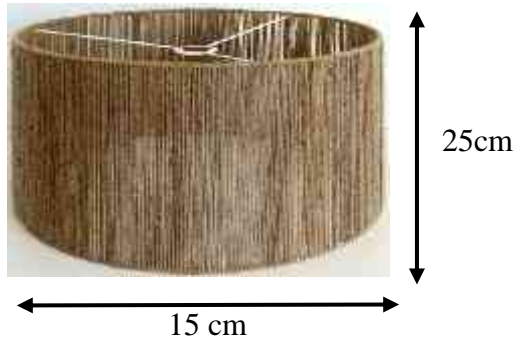
perímetro cefálico (Medida de la circunferencia de la cabeza) normalmente de un adolescente es de 55 cm

- 11) ¿Cuánto medirá el radio de la base del gorro?
- 12) ¿Cuánto debe medir aproximadamente la longitud de la generatriz en la plantilla diseñada?
- 13) Una vez construido el gorro, este debe ser forrado con papel decorativo externamente ¿Qué cantidad de papel aproximadamente se necesita para forrar un gorro?



CONSTRUYENDO LÁMPARAS

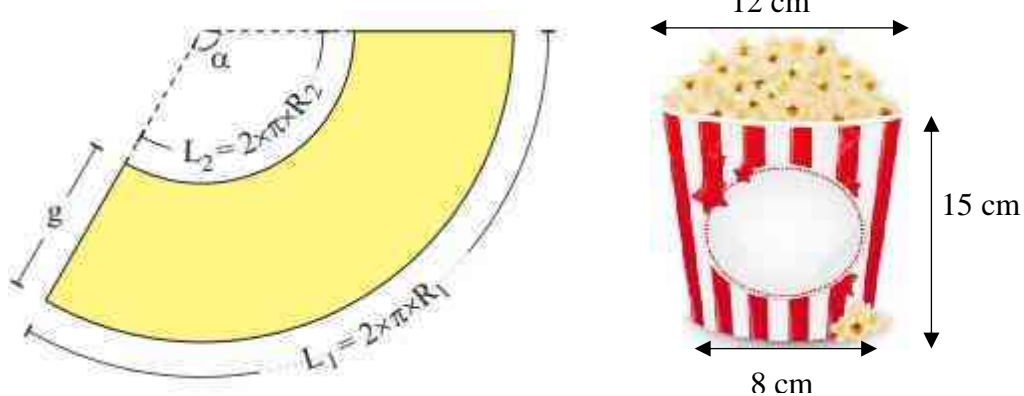
Los estudiantes del quinto grado de secundaria van a elaborar pantallas para lámparas en forma de cilindro recto de 25 cm de altura y 15 cm de diámetro, para presentarlo en el día de la Educación Técnica Para ello compran alambre de 3mm de grosor para construir el armazón de la lámpara y papel Kraft para forrar la pantalla.



- 14) Sabiendo que para construir una pantalla de lámpara se necesitan 2 aros de alambre de 15 cm de diámetro cada uno ¿Cuál debe ser la medida de cada pedazo de alambre que se debe cortar?
- 15) Una vez construido el armazón para la lámpara, este debe ser forrado con papel Kraft externamente ¿Qué cantidad de papel se necesita para forrar la pantalla de la lámpara?
- 16) ¿Qué volumen tiene esta pantalla de lámpara?

FABRICANDO ENVASES

Para celebrar la fiesta de cumpleaños de Joan uno de los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Pedro Paulet, sus compañeros han acordado confeccionar envases de cartulina en forma de cono truncado para servir en ella el Popcorn, con las siguientes dimensiones: 15 cm de altura, diámetro de la base menor 8 cm y diámetro de la base mayor 12 cm. Para ello diseñan una plantilla (Ver figura).



- 17) ¿Cuánto debe ser la medida de longitud de arco de cada uno de los sectores circulares en la plantilla diseñada?
- 18) ¿Cuánto debe medir aproximadamente la longitud de la generatriz en la plantilla diseñada, para obtener el cono truncado?
- 19) Una vez construido el envase, los estudiantes desean recubrir la parte externa con papel decorativo ¿qué cantidad de papel se necesita para recubrir cada uno de los envases?
- 20) Calcule la capacidad o volumen del envase.

Confiabilidad de la Prueba de Competencias Matemáticas: Kuder-Richardson KR-20

ESTUDIANTE	PREGUNTAS																				PUNTUACIÓN
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
E1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	11
E2	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	12
E3	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	16
E4	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	17
E5	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	17
E6	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	19
E7	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
E8	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	18
E9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	7
E10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	6
E11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	7
E12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	7
E13	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	11
E14	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	10
E15	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	11
TRC	11	8	8	7	6	8	6	7	6	15	12	11	11	11	11	9	9	11	10	8	
P	0.73	0.53	0.53	0.47	0.40	0.53	0.40	0.47	0.40	1.00	0.80	0.73	0.73	0.73	0.73	0.60	0.60	0.73	0.67	0.53	
Q	0.27	0.47	0.47	0.53	0.60	0.47	0.60	0.53	0.60	0.00	0.20	0.27	0.27	0.27	0.27	0.40	0.40	0.27	0.33	0.47	
P*Q	0.20	0.25	0.25	0.25	0.24	0.25	0.24	0.25	0.24	0.00	0.16	0.20	0.20	0.20	0.20	0.24	0.24	0.20	0.22	0.25	

$$KR_{20} = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k p_i q_i}{S_r^2} \right) = \frac{20}{20-1} \left(1 - \frac{4.25}{20.24} \right) = 0.832$$

BASE DE DATOS

Desarrollo de competencias matemáticas

Estudiante	Grupo control		Estudiante	Grupo experimental	
	Notas pretest	Notas postest		Notas pretest	Notas postest
E1	11	14	E1	11	18
E2	9	14	E2	10	16
E3	10	12	E3	11	16
E4	11	13	E4	12	18
E5	12	13	E5	13	16
E6	14	14	E6	12	18
E7	13	14	E7	13	17
E8	12	13	E8	12	18
E9	10	11	E9	13	17
E10	12	12	E10	10	16
E11	14	16	E11	11	17
E12	12	14	E12	12	18
E13	14	14	E13	11	17
E14	11	12	E14	10	15
E15	13	14	E15	13	17
E16	12	15	E16	12	18
E17	10	12	E17	12	19
E18	11	16	E18	13	15
E19	14	14	E19	12	17
E20	13	14	E20	13	18
			E21	12	17
			E22	14	19
			E23	14	17
			E24	11	16
			E25	11	16
			E26	14	17
Promedio	11.9	13.6	Promedio	12.0	17.04

Competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Grupo control			Grupo experimental		
Estudiante	Notas pretest	Notas posttest	Estudiante	Notas pretest	Notas posttest
E1	11	14	E1	9	17
E2	11	14	E2	10	15
E3	8	10	E3	11	16
E4	11	13	E4	12	18
E5	13	14	E5	12	16
E6	15	15	E6	11	18
E7	11	12	E7	11	15
E8	12	13	E8	12	19
E9	9	11	E9	13	17
E10	10	12	E10	9	16
E11	12	16	E11	11	17
E12	10	12	E12	11	17
E13	13	14	E13	12	17
E14	12	12	E14	9	14
E15	11	12	E15	13	16
E16	10	13	E16	11	18
E17	9	12	E17	12	19
E18	11	16	E18	13	15
E19	13	13	E19	10	15
E20	12	13	E20	12	16
			E21	13	18
			E22	14	19
			E23	13	16
			E24	10	15
			E25	11	15
			E26	13	16
Promedio	11.2	13.1	Promedio	11.46	16.54

Competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Grupo control			Grupo experimental			
Estudiante	Notas pretest	Notas posttest	Estudiante	Notas pretest	Notas posttest	
E1	10	14	E1	13	18	
E2	7	14	E2	10	16	
E3	12	13	E3	11	15	
E4	10	13	E4	12	17	
E5	10	12	E5	13	16	
E6	12	13	E6	15	18	
E7	15	16	E7	15	18	
E8	12	12	E8	12	16	
E9	10	11	E9	12	17	
E10	13	12	E10	11	15	
E11	15	15	E11	11	17	
E12	13	15	E12	12	18	
E13	15	14	E13	9	16	
E14	9	12	E14	10	15	
E15	14	16	E15	12	17	
E16	14	16	E16	13	17	
E17	11	12	E17	11	18	
E18	11	16	E18	13	15	
E19	15	15	E19	13	19	
E20	14	15	E20	13	20	
			E21	11	16	
			E22	13	19	
			E23	14	18	
			E24	12	16	
			E25	10	16	
			E26	14	17	
Promedio	12.1	13.8	Promedio	12.12	16.92	

**FICHA DE VALIDEZ DE CONTENIDO
“PRUEBA DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS”**

I. DATOS GENERALES

Juez evaluador: Dr. Maguiña Arnao Ernesto Andrés DNI: 15617502
Especialidad: Matemática y Física

II. INSTRUCCIONES

En el siguiente cuadro para cada ítem del contenido del instrumento que revisa, marque usted con un check () o un aspa (X) en la opción SÍ o NO que elija según el criterio de: Pertinencia, relevancia o claridad.

DIMENSIONES / ÍTEMS	Pertinencia		Relevancia		Claridad		Sugerencias
	Si	No	Si	No	Si	No	
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO							
El Jardín ideal							
Pregunta 1	X		X		X		
Pregunta 2	X		X		X		
Pregunta 3	X		X		X		
El Baloncesto							
Pregunta 4	X		X		X		
Pregunta 5	X		X		X		
Pregunta 6	X		X		X		
Pregunta 7	X		X		X		
La telefonía móvil							
Pregunta 8	X		X		X		
Pregunta 9	X		X		X		
Pregunta 10	X		X		X		
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN							
El cumpleaños de la maestra							
Pregunta 11	X		X		X		
Pregunta 12	X		X		X		
Pregunta 13	X		X		X		
Construyendo lámparas							
Pregunta 14	X		X		X		
Pregunta 15	X		X		X		
Pregunta 16	X		X		X		
Fabricando envases							
Pregunta 17	X		X		X		
Pregunta 18	X		X		X		
Pregunta 19	X		X		X		
Pregunta 20	X		X		X		

Pertinencia: El ítem o pregunta corresponde al concepto teórico formulado.

Relevancia: El ítem es apropiado para representar a la dimensión específica del constructo

Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Opinión: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [] No aplicable []



Universidad Nacional
"José Faustino Sánchez Carrión"

Dr. Ernesto Andrés Maguiña Arnao

DNU156

**FICHA DE VALIDEZ DE CONTENIDO
“PRUEBA DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS”**

I. DATOS GENERALES

Juez evaluador: M(o) Atanacio Rojas Jaime Marcos DNI: 15981156
Especialidad: Matemática y Física

II. INSTRUCCIONES

En el siguiente cuadro para cada ítem del instrumento que revisa, marque usted con un check () o un aspa (X) en la opción SÍ o NO que elija según el criterio de: Pertinencia, relevancia o claridad.

DIMENSIONES / ÍTEMS	Pertinencia		Relevancia		Claridad		Sugerencias
	Si	No	Si	No	Si	No	
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO							
El Jardín ideal							
Pregunta 1	X		X		X		
Pregunta 2	X		X		X		
Pregunta 3	X		X		X		
El Baloncesto							
Pregunta 4	X		X		X		
Pregunta 5	X		X		X		
Pregunta 6	X		X		X		
Pregunta 7	X		X		X		
La telefonía móvil							
Pregunta 8	X		X		X		
Pregunta 9	X		X		X		
Pregunta 10	X		X		X		
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN							
El cumpleaños de la maestra							
Pregunta 11	X		X		X		
Pregunta 12	X		X		X		
Pregunta 13	X		X		X		
Construyendo lámparas							
Pregunta 14	X		X		X		
Pregunta 15	X		X		X		
Pregunta 16	X		X		X		
Fabricando envases							
Pregunta 17	X		X		X		
Pregunta 18	X		X		X		
Pregunta 19	X		X		X		
Pregunta 20	X		X		X		

Pertinencia: El ítem o pregunta corresponde al concepto teórico formulado.

Relevancia: El ítem es apropiado para representar a la dimensión específica del constructo

Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Opinión: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [] No aplicable []




**FICHA DE VALIDEZ DE CONTENIDO
“PRUEBA DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS”**

I. DATOS GENERALES

Juez evaluador: Lic. Martínez Prieto Alonzo Gustavo DNI: 80283275
Especialidad: Matemática, Física e informática

II. INSTRUCCIONES

En el siguiente cuadro para cada ítem del instrumento que revisa, marque usted con un check () o un aspa (X) en la opción SÍ o NO que elija según el criterio de: Pertinencia, relevancia o claridad.


DIMENSIONES / ÍTEMS	Pertinencia		Relevancia		Claridad		Sugerencias
	Si	No	Si	No	Si	No	
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO							
El Jardín ideal							
Pregunta 1	X		X		X		
Pregunta 2	X		X		X		
Pregunta 3	X		X		X		
El Baloncesto							
Pregunta 4	X		X		X		
Pregunta 5	X		X		X		
Pregunta 6	X		X		X		
Pregunta 7	X		X		X		
La telefonía móvil							
Pregunta 8	X		X		X		
Pregunta 9	X		X		X		
Pregunta 10	X		X		X		
COMPETENCIA: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN							
El cumpleaños de la maestra							
Pregunta 11	X		X		X		
Pregunta 12	X		X		X		
Pregunta 13	X		X		X		
Construyendo lámparas							
Pregunta 14	X		X		X		
Pregunta 15	X		X		X		
Pregunta 16	X		X		X		
Fabricando envases							
Pregunta 17	X		X		X		
Pregunta 18	X		X		X		
Pregunta 19	X		X		X		
Pregunta 20	X		X		X		

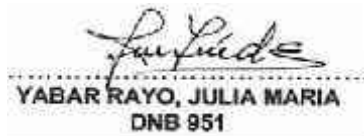
Pertinencia: El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

Relevancia: El ítem es apropiado para representar a la dimensión específica del constructo

Claridad: El ítem se entiende sin dificultad alguna, es conciso, exacto y directo

Opinión: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [] No aplicable []


 Lic. Alonzo Gustavo
 Martínez Prieto



Dra. Julia María Yabar Rayo
ASESOR



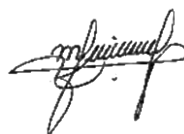
Dr. Jorge Alberto palomino Way
PRESIDENTE



Dr. Edgar Tito Susanibar Ramírez
SECRETARIO



Dr. Filmo Eulogio Retuerto Bustamante
VOCAL



Dra. Yaneth Marlube Rivera Minaya
VOCAL