UNIVERSIDAD NACIONAL JOSÉ FAUSTINO SÁNCHEZ CARRIÓN

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA MATEMÁTICA, FÍSICA e INFORMÁTICA

Tesis

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD, MEDIANTE LA ESPIRAL DE ULAM; EN LA I.E. MERCEDES INDACOCHEA LOZANO. HUACHO.2018.

ALEMBERTH VEGA PIÑAN

ASESOR: Lic. José Luis Moreno Vega

PRESENTADO CON EL PROPÓSITO DE OBTENER DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN NIVEL SECUNDARIA ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA, FÍSICA e INFORMÁTICA.

HUACHO – PERÚ

2019

TÍTULO:

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD, MEDIANTE LA ESPIRAL DE ULAM; EN LA I.E. MERCEDES INDACOCHEA LOZANO. HUACHO.2018.

Mg. Ernesto Maguiña Arnao
PRESIDENTE JURADO EVALUADOR

Mg. Henry Freddy Lindo Oyola
SECRETARIO JURADO EVALUADOR

Mg. Edgar Tito Susanibar Ramírez
VOCAL JURADO EVALUADOR

Lic. José Luis Moreno Vega
ASESOR

DEDICATORIA

A mi familia en especial:

-ISAIAS VEGA RUBINA

-CATALINA PIÑAN GRABRIEL

-JAMIRA VEGA PIÑAN

AGRADECIMIENTO

A DIOS y a mis padres, por la dedicación y la paciencia con la que cada día estuvieron pendiente de mis estudios y de mi superación.

Gracias a mis padres por ayudarme a cumplir mis sueños, por confiar en mí, por no déjame solo jamás, y estar para mí cuando más los necesite, Cada logro que obtenga se los dedicare a ellos por su cariño y su comprensión que me brindaron.

A todos mis compañeros de mi promoción de Educación matemática, por su amistad y por su comprensión y a los profesores que nos brindaron sus enseñanzas estaré eternamente agradecido gracias.

ÍNDICE GENERAL

INDICE DE TABLAS

INDICE DE FIGURAS

RESUMEN

La distribución de los números primos, se elaboraba sobre las ideas de la Criba de Eratóstenes; pero con la creación casual de Ulam y apoyados por la tecnología informática; hemos comparado cuales de las estrategias que se conocen producen mejores aprendizajes de la competencia en el área de matemática sobre situaciones de cantidad.

En la contratación de los hipótesis se ha verificado que los niveles de aprendizaje de la competencia matemática sobre situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

Por lo que recomendamos, incorporar en el aprendizaje de la distribución de los números primos, por las significancias superiores obtenidas en la presente investigación.

Palabras claves: Competencia, cantidad, espiral, ULAM.

INTRODUCCIÓN

Los números primos nacieron de manera intuitiva, y ha sido conducido a una extrema formalización. Pero con la creación de una espiral por el matemático Ulam; es posible utilizarlos en el logro de aprendizajes de la competencia acerca de situaciones de cantidad. Por lo que presento los resultados obtenidos en mi trabajo de investigación denominado: **"DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD, MEDIANTE LA ESPIRAL DE ULAM; EN LA I.E. MERCEDES INDACOCHEA LOZANO. HUACHO.2018.".** Para contribuir en la aplicación de los medios didácticos en la formación de los estudiantes de mi localidad y región.

He dividido la presente investigación en: Capitulo I: Planteamiento del problema, donde se desarrolla los sustentos básicos relacionados al problema de investigación, los objetivos, justificación de la investigación, Capitulo II: el marco teórico, que permitieron formular las hipótesis respectivas. Capítulo III: Metodología de la Investigación, donde explico las estrategias metodológicas, el tipo de investigación, diseño de la investigación, determinación de la población y muestra, Operacionalización de variables e indicadores procedimientos, técnicas aplicadas, Capítulo IV: Presentación de Cuadros, Graficas e interpretaciones. Capitulo V: Discusión, conclusiones y recomendaciones. Contrastación de la Hipótesis: referidos a la organización de los datos obtenidos, sistematizados, analizados, interpretados, aplicando la norma estadística: análisis T, empleando Excel y SPSS . Capítulo VI: Fuentes de información.

Después de recibir una formación integral como futuro docente en Matemática, física e informática; cumplo con aplicar mis conocimientos en la incorporación estratégica de nuevas tecnologías didácticas; esperando satisfacer las necesidades primordiales en el trabajo docente y estudiantil.

Cualquier mejora al presente trabajo de investigación, será corregido conforme lo indique el Jurado Evaluador.

Capítulo 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

Debido a la situación del logro de competencias en el área de matemáticas, se han propuesto diagnósticos y acciones de mejora, de la situación de los estudiantes peruanos, ante los resultados de evaluaciones nacionales e internacionales. Por lo que eso motiva a investigar acerca de ese diagnóstico adverso en el logro de aprendizajes de competencias matemáticas, en el campo temático de números primos.

Los números primos, desde el punto de vista de la educación matemática, presenta dificultades en su comprensión, desde su concepción, hasta su aplicación.

(Selberg, Z., 2013), refiere en: *Lo fascinante de la teoría de números: El número que era primo… pero ya no*; que hace un poco más de medio siglo, existía un número que hacía parte de nuestra querida familia de números primos. Conforme pasó el tiempo, sucedieron cosas, las matemáticas fueron evolucionando, se siguieron desarrollando teorías (Como de hecho aún sucede) que fueron excluyendo a un elemento de esa familia. Una breve reseña del uno, y del por qué ya no se considera un número primo. ¿Por qué el número uno, en la actualidad, no es primo? La respuesta es: *Por convención*.

Una de las soluciones gráficas, se presentó con la Criba de Eratóstenes, y la de mayor significado mediante la espiral de Ulam.

Por lo que en la presente investigación, desarrollaré la significancia de la construcción de los números primos, según la espiral de Ulam, y el logro significativo de la competencia matemática de situaciones de cantidad, incorporado en el Diseño Curricular Nacional.

También (Campillo, S., 2016), se formula ¿Para qué sirven los números primos? Todos intuimos que los números primos son importantes. Pero, ¿por qué? ¿Qué tienen de especial? La especial naturaleza de estos números les da una importancia fundamental en matemáticas.

Todos deberíamos saber qué es un número primo. Pero, ¿por qué? ¿Qué tienen de especial estos números para que sean tan importantes? Su presencia, su naturaleza y su utilidad los convierten en elementos imprescindibles e inherentes de las matemáticas. Sin embargo, esto no contesta a nuestra pregunta. Al menos de manera directa. ¿Para qué los empleamos "realmente"?

Pero volviendo a todos los números primos, en definitiva, estos son los "ladrillos" con los que se construyen todos los números (compuestos). Para entenderlo mejor, menciona a *José Santiago García Cremades,* matemático, comunicador científico y profesor. "A mí me gusta ver **los números primos como los arquitectos de los otros números**", explica, "sin embargo, a los números primos no los construye nadie. Son *arquitectos huérfanos*. Esto es lo que los hace tan interesantes. Construyen a los demás números, pero nadie sabe cómo los han construido a ellos". Análogamente, Santi explica que para Euclides los números primos podrían ser a los números como los átomos a la materia.

Su especial naturaleza los hace verdaderamente excepcionales. Por ejemplo, a pesar de que existen diversos algoritmos para tratar de encontrarlos y definirlos, lo cierto es que su aparición parece totalmente aleatoria, siendo impredecibles. "De momento se supone que su distribución es caótica. Aunque hay una hipótesis que supone un patrón en su acumulación, que determinó ya Gauss. Es una pregunta abierta muy interesante pues si encontráramos un patrón en esta distribución caótica, podría dar mucha información sobre de dónde venimos", afirma. "Si determinamos el caos, estaríamos más cerca de entender algunos sucesos naturales que también parecen caóticos".

Los números primos son imprescindibles en el Teorema Fundamental de la Aritmética. "Cualquier número se descompone en un producto único de números primos", explica Santi, "para cualquier número del uno al infinito existe una descomposición de números primos única por cada número". ¿Para qué nos sirven? ¿Cómo los usamos y qué nos solucionan?

En primer lugar, los números primos sirven para asentar las bases de cualquier (y digo cualquier) número.

Aunque otras culturas nunca han hecho demostración de conocer la teoría existente tras estos números, como explicábamos, sí que han mostrado que conocían estos números aunque fuese de forma intuitiva. Y es que sin ellos no podemos elaborar algoritmos y cálculos complejos. Actualmente las matemáticas están en la base de todo nuestro conocimiento técnico y científico. Sin conocer los números primos, cómo determinarlos y qué implicaciones teóricas tienen, no podríamos hacer nada de lo que hacemos.

"Hablando de los números primos muy grandes", explica Santi al preguntársele por los números primos de Mersenne, "hay dos aspectos. Uno útil y otro muy inútil. Pero que es curioso y bonito. El inútil es esto de hallar el número primo más grande del mundo. No tiene ninguna utilidad, ni siquiera para la teoría matemática". Pero entonces, ¿por qué seguimos buscando? "Hay una cosa que sí que es muy útil en matemática aplicada. Los números primos muy grandes, que se obtienen con el algoritmo que busca los números primos de Mersenne, permiten obtener un código criptográfico muy seguro". Efectivamente, los números primos de gran tamaño, pueden emplearse para codificar cualquier tipo de información de manera segura. "Si tú coges un par de números grandísimos primos y multiplicas, para poder obtener los originales que lo constituían es dificilísimo. Esto lo usan los bancos en los números de seguridad, las transferencias bancarias y otras operaciones".

Con los dos números originales la codificación se revierte fácilmente. "Multiplicar es fácil, pero encontrar el divisor es mucho más complejo", explica el matemático. Los números primos, además, aparecen en la naturaleza de manera espontánea, como aparecen ellos mismos en la sucesión numérica. También se emplean a nivel de marketing y negocio ya que representan números interesantes económicamente hablando: "si te fijas, cuando ponen un cubo con quintos de cerveza, suelen poner un número primo de botellines, tres, cinco o siete. Pero soléis ir de dos en dos, cuatro amigos o tres. Al final, el cubo se queda insuficiente e invita a comprar otro cubo más". Y es que, como decíamos, los números primos están presentes en la vida cotidiana y donde menos lo esperas: Bien sea en los años de reproducción de una chicharra, en la sucesión de Fibonacci o en el cubo de quintos de cerveza de un bar.

(Peña,M y Madrid, M., 2015, Vol. 32(1), nº 89), afirman que las dificultades que presentan muchos alumnos durante la etapa de la educación secundaria obligatoria en su aprendizaje de contenidos matemáticos han llevado a la aparición durante los últimos años de un amplio grupo de recursos y actividades que buscan facilitar la comprensión de ideas y contenidos matemáticos, así como de las conexiones entre ellos. Desde este contexto, este trabajo propone una serie de actividades innovadoras para el trabajo con los números primos que desarrolladas en el aula junto con las actividades habituales pueden favorecer tanto la comprensión de los contenidos de la unidad como el desarrollo de las competencias básicas por parte de los alumnos.

En nuestro país, dentro del Diseño Curricular Nacional, se ha propuesto desarrollar la divisibilidad de números naturales y el desarrollo de dicho contenido implica el trabajo con los números primos. La importancia del completo y correcto aprendizaje de estos contenidos es clave tanto por su necesidad en los futuros cursos de matemáticas cómo por su aplicación en diversas áreas. Sin embargo en numerosas ocasiones los alumnos presentan grandes dificultades y cometen números errores al trabajar con ellos. Por el que se impulsará la investigación, la experimentación y la innovación educativa, incentivando la creación de equipos de profesores, así como la colaboración con las Universidades.

Presenta una propuesta para trabajar las matemáticas en el aula poniendo énfasis tanto en el desarrollo de las diferentes competencias por parte del alumnado durante esta etapa educativa como en favorecer su proceso de aprendizaje de los números primos y su capacidad para realizar conexiones entre este y otros temas. Con este objetivo se proponen varios recursos que se han agrupado en tres grandes ámbitos en los que junto con la competencia matemática, presente en todas las actividades que se realicen en la materia de matemáticas, se pondrá énfasis en el desarrollo de alguna de las otras competencias. El primer ámbito: se refiere a recursos de expresión y comunicación, el segundo ámbito; se refiere a recursos de relación e interacción, finalmente el tercer y último ámbito se refiere a recursos de desarrollo personal.

Así mismo en el diseño curricular se propone la competencia de matemática de situaciones de cantidad.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema General

¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018?

1.2.2. Problemas Específicos

a. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018?
b. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018?
c. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho? 2018?
d. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la

capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018?

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1 General

Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

1.3.2 Específicos

a. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.
b. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la

capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

c. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

d. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

1.4. Justificación de la Investigación

1.4.1. Justificación teórica

El presente trabajo de investigación reviste gran importancia por cuanto permitió conocer la significancia estadística que existe con la distribución de los números primos, por el científico polaco Stanisław

Marcin Ulam, creador de la espiral de Ulam; y los niveles de aprendizaje de la competencia matemática de situaciones de cantidad, en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. Siendo los resultados de interés general porque va a permitir mejorar el desempeño en la formación de los estudiantes.

1.4.2. Justificación practica

La realización de esta investigación se justificó en la necesidad de conocer el factor o variable que influye en el desempeño del estudiante de la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho; que se relacione con los medios de aprendizaje que se utilizan y que causa una serie de limitaciones que devienen en deficiencias en el logro de los aprendizajes.

1.4.3. Justificación metodológica

Los resultados permitieron proponer estrategias pertinentes para el mejoramiento del desempeño del estudiante en el aula y en la institución educativa.

El presente estudio se llevó a cabo en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018

Capítulo II: MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

(Ramirez, A., 2016), aborda una estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de divisibilidad y factorización, mediante el estudio de frisos de números enteros positivos, con el fin de que los estudiantes del grado sexto del Colegio Bravo Páez de la Ciudad de Bogotá, puedan observar, decir y registrar propiedades que se presentan en el conjunto de los enteros positivos a través de sus divisores. Para tal propósito, se comienza por una reseña histórica en la cual se da a conocer algunos resultados asociados a grupos de simetrías que se han podido encontrar con la ayuda de simetrías ocultas en distintos tipos de objetos matemáticos, la presencia de los grupos de Leonardo Da Vinci en la arquitectura y de los grupos de frisos en la zona urbana de una ciudad en España y en los hallazgos arqueológicos de la cultura Quimbaya. A continuación, se dan algunos conceptos relacionados con la teoría de grupos y geometría dinámica. Luego, se hace referencia a los conceptos relacionados con frisos de números enteros positivos y el análisis de la distribución de los números primos en la espiral de Ulam. Finalmente, se propone una actividad pedagógica en la cual los estudiantes plantean sus argumentos mediante el “Modelo Argumentativo de Toulmin".

La intervención en el aula se orientó de acuerdo a las siguientes disposiciones: Se utilizó la espiral de Ulam y un friso de números enteros positivos con el fin de abordar a través de estos, conceptos de divisibilidad y factorización de números enteros positivos, a través de preguntas orientadoras, que permitieron a los estudiantes ver, describir, decir y registrar; regularidades, patrones y generalidades.

Por otra parte, la clasificación de los enteros positivos en primos y compuestos ha sido unos de los problemas de gran interés para la comunidad académica y en el ámbito curricular a nivel de la secundaria. Se constituye además, en un problema didáctico pues los docentes, no conocen una estrategia que les permita trabajar con los estudiantes el concepto de divisibilidad, diferente a la de plantear una lista de criterios sin ningún contexto matemático, que en el mejor de los casos, son aprendidos de memoria por los estudiantes.

Concluyó:

Los conceptos de divisibilidad y factorización de los números enteros positivos fueron abordados mediante una nueva estrategia didáctica, distinta a los planteados en los textos escolares.

En la propuesta pedagógica se utilizó la espiral de Ulam para mostrar a los estudiantes del grado sexto que, en el estudio y análisis de la primalidad, ocurren situaciones interesantes tales como que los números primos al parecer se encuentran aglomerados en algunas diagonales de la espiral.

(Pulgarín, H., 2016), Este proyecto de aula sobre la Divisibilidad, busca elevar los niveles de aprendizaje en los alumnos del grado sexto de la Institución Educativa Tulio Ospina, mediante la implementación de una estrategia didáctica, con base en lúdica y talleres dirigidos, con interrelación docente – alumno e interpretación de distintos fenómenos en un contexto dado, partiendo de unos conocimientos previos del alumno.

La metodología en este proyecto es el estudio de casos, donde se toman 3 grupos experimentales del grado sexto de la Institución Educativa Tulio Ospina, con los cuales se realiza una prueba diagnóstica, y a partir de sus resultados se elaboran unidades didácticas, cada una mediada por una situación problema.

Por esta razón se presentan unas recomendaciones y estrategias para la enseñanza de la divisibilidad, que despierten en los alumnos la necesidad y la curiosidad de descubrir, indagar, y ser protagonistas del proceso y del resultado de su aprendizaje.

Problema de Investigación: ¿Qué estrategia contribuye a la enseñanza y el aprendizaje de la divisibilidad en el grado sexto de la Institución Educativa Tulio Ospina, de la ciudad de Medellín?

En la actualidad, observamos que en las clases de matemática suelen enseñarse los algoritmos de las operaciones básicas u otros temas, de manera mecánica, y esto consiste principalmente en hacer que los estudiantes memoricen formulas y operaciones.

No expresar correctamente la descomposición factorial: La descomposición factorial se facilita si se maneja un orden, como lo sugiere la Criba de Eratóstenes. Desde los criterios de la divisibilidad, se empieza por 2, se sigue con el 3 y así sucesivamente. Los alumnos siempre empiezan por cualquier número, y no tienen en cuenta dicho orden, y encuentra dificultad al realizar el producto de potencias de factores primos y ponen de manifiesto la dificultad conceptual, que muchas veces pasa desapercibida por los alumnos. No reconocer la diferencia entre un número compuesto y un número primo: algunos alumnos creen que todos los números impares son primos y que todos los números compuestos son los pares.

El proyecto de aula busca presentar la divisibilidad como un instrumento de apoyo, para la solución de Situaciones problemas, que a diario se presentan en el proceso de aprendizaje de los alumnos, no como algo abstracto y descontextualizado, sino como un tema que es práctico y de fácil aprendizaje.

Objetivo General: Diseñar una propuesta de aula, aplicando estrategias metodológicas y recursos didácticos que promuevan la comprensión de los temas relacionados con la divisibilidad, en el grado sexto de la Institución Educativa Tulio Ospina, del Municipio de Medellín (Antioquia).

Concluye:

La prueba de entrada y la de salida, que se realizó a los estudiantes en torno a la divisibilidad, permite que los alumnos reflexionen con relación a las aplicaciones, propiedades y operaciones que se nos puede presentar en el proyecto de aula de los conceptos de ser primo, ser compuesto, ser múltiplo, ser divisor y descomposición en factores y que los lleve a argumentar, a proponer. Como consecuencia de esto, los docentes deben encontrar la necesidad de dotar a nuestros alumnos de nuevas habilidades (más que de unos conceptos) que les permita sentirse competitivos no solo en un contexto académico, sino en otros contextos de su vida.

(Cabezas, A. y Orjuela, L., 2015), afirma que el énfasis que se hace en el Teorema Fundamental de la Aritmética en la educación básica no es muy amplio pese a la importancia y los conocimientos que puede movilizar su enseñanza en el aprendizaje de los estudiantes, es por ello que el presente trabajo de grado se caracteriza por la identificación de las concepciones de los profesores de matemáticas sobre el Teorema Fundamental de la Aritmética, desde una perspectiva Histórico-Epistemológica, a partir de la cual se indaga sobre los obstáculos epistemológicos que se presentaron en la construcción del tema central. Se considera que es necesario analizar las concepciones de los profesores, debido a que éstas caracterizan no solo el conocimiento del profesor sino que también permean la forma en que se desarrollan los conocimientos en el aula de clase.

Problema de investigación: ¿Cuáles son las concepciones y usos que los profesores de matemáticas de Educación Básica tienen acerca del Teorema Fundamental de la Aritmética?

Objetivo General: Determinar las concepciones que tienen los profesores de matemáticas de Educación Básica acerca del Teorema Fundamental de la Aritmética, su importancia y su enseñanza, teniendo como directriz una perspectiva Histórico-Epistemológica.

Concluye:

El conocimiento de los profesores de Educación Básica, en cuanto al desarrollo histórico del concepto de número, es parcial, y que los docentes no reflexionan sobre la evolución de los conceptos a través de la historia. Estos aspectos se evidenciaron en las preguntas acerca de la noción de número, la idea del cero y el concepto de número primo.

Se identificó además, la presencia de un obstáculo al concebir la infinitud de los primos; este problema se exhibe en la justificación presentada por los docentes sobre la existencia de infinitos números primos, dado que lo relacionan con la infinitud de los números naturales; sin embargo, no es suficiente asociar la infinitud de los números primos, con la infinitud de los números naturales, es indispensable reconocer que se requiere de una demostración. Con lo anterior, no se pretende que el docente deba aprender la demostración, sino, que pueda entender la idea de lo qué trata y pueda conectarla con el saber.

La importancia de que el profesor de matemáticas, conozca a profundidad todos los temas que va a enseñar, en particular el TFA; reconocer las implicaciones que se derivan del teorema y la forma de simplificar operaciones cuando se conoce la descomposición de un número en sus factores primos. De allí que existan algunas carencias conceptuales que no permiten una mayor comprensión del teorema.

En las preguntas donde se hace referencia a las aplicaciones de los números primos y el TFA, los profesores responden de manera muy general, mencionando la utilidad de los números primos dentro de las matemáticas, en temas como, la divisibilidad, la factorización, entre otros; pero no reconocen la aplicación de los primos y el TFA en otros ámbitos, como es el caso de la utilidad de los números primos en la informática.

Los profesores tienen imprecisiones respecto a si es primo, a la infinitud de los números primos y a la unicidad de la descomposición; esto trae implicaciones en la enseñanza, pues seguramente estas inconsistencias serán replicadas por los estudiantes. De este modo, las concepciones de los profesores influyen en las concepciones que adquieren los estudiantes, en relación con los objetos matemáticos.

Los profesores deben enseñar el concepto de número primo, la importancia de éstos en el desarrollo de las matemáticas, en especial, en la teoría de números y tanto la existencia como la unicidad de la descomposición en primos y su utilidad, debido a que es algo que se va a repetir a lo largo de las matemáticas. Si los estudiante logran comprender con el TFA, que la idea de la factorización, es convertir en factores más pequeños, como se hace con los números al descomponerlos en factores primos, no van a tener problemas cuando se encuentren con esta idea en Álgebra, por lo tanto se fundan unas buenas bases.

(Alberto, A., 2015), aborda el problema de los significados de la divisibilidad de maestros en formación. Comienza haciendo un estudio piloto con ciento cuatro maestros en formación que en el periodo académico 2011-2012 estaban inscritos en la asignatura Bases Matemáticas para Educación Primaria, del Grado de Maestro de Educación Primaria de la Universidad de Granada. El estudio piloto sirvió para establecer un diagnóstico sobre los significados de las relaciones “ser múltiplo” y “ser divisor” de este grupo de maestros en formación. Este diagnóstico permitió comparar los resultados obtenidos con nuestros antecedentes y tomar decisiones para ser aplicadas en un estudio posterior.

En el estudio posterior al diagnóstico, realizó un experimento de enseñanza (dentro del paradigma de la investigación de diseño). Para realizar el experimento de enseñanza escogió intencionalmente un grupo de 40 maestros en formación, que en el periodo 2012-2013 estaban matriculados en la asignatura.

El diseño instruccional de la investigación está constituido por un conjunto de secuencias de aprendizaje orientadas a mostrar la divisibilidad como una relación de orden y no como una expresión para referirse a un tipo de operación aritmética. Ha utilizado el análisis didáctico en dos sentidos: el primero de ellos, como una técnica para el diseño y elaboración de secuencias de aprendizaje del experimento de enseñanza y como un marco para interpretar, con base en los organizadores del currículo, los significados en las matemáticas escolares.

Planteamiento del problema: Comienza señalando la presencia de la divisibilidad en el currículo español, tanto en educación primaria como en educación secundaria. También señala algunas consideraciones sobre la incorporación de la teoría elemental de números en la formación de profesores. Discute sobre el uso del lenguaje asociado a la divisibilidad y sobre la representación de relaciones equivalentes e inversas desde una misma estructura multiplicativa. Centra interés en el conocimiento matemático sobre divisibilidad de maestros en formación.

¿Qué características debe tener un modelo de aprendizaje para que los maestros en formación comprendan la divisibilidad como una relación entre números enteros positivos y no como una operación aritmética?

¿Cómo son los significados que muestran los maestros en formación y qué elementos los caracterizan conceptualmente, cómo los representan y con cuáles fenómenos matemáticos se corresponden?

¿Qué representación utilizan los maestros en formación para organizar y comunicar sus ideas matemáticas sobre divisibilidad, qué operaciones realizan entre las representaciones utilizadas?

¿Cómo influyen las diferentes representaciones en la forma de expresar los conceptos asociados a la divisibilidad?

¿Cuál es la comprensión que tiene un grupo de maestros en formación de los números naturales, enteros, y, qué relaciones o vínculos manifiestan entre estos conjuntos numéricos?

Objetivos Generales: Estudiar el proceso de diseño, puesta en práctica y análisis de una secuencia de trabajo en la que se aborda la divisibilidad desde una perspectiva relacional. Describir y caracterizar los significados que ponen de manifiesto los maestros en formación a partir de la implementación de una secuencia de trabajo centrada en la divisibilidad como relación de orden.

Concluye:

Ningún maestro en formación señaló explícitamente que ser múltiplo o ser divisor se refiera a una relación entre números, que exige una cierta condición. La mayor parte de los maestros en formación que participaron en el estudio, asocian ser múltiplo con una operación aritmética, mayoritariamente la multiplicación y ser divisor con la operación aritmética división.

Los maestros en formación mostraron una percepción operacional de la noción ser divisor. El significado mostrado a la relación ser divisor por los maestros en formación está ligado a la operación de división en dos sentidos:

• Divisor como elemento que participa en una división, rol de divisor.

• Divisor como resultado de una división exacta.

Otro aspecto puesto de manifiesto en la actuación de los maestros en formación es la utilización limitada del teorema fundamental de la aritmética. La descomposición en factores primos de un número (primera parte del teorema) no presentó dificultad para los maestros en formación que participaron en este estudio. Sin embargo, algunos de ellos no consideraron los factores explícitos y no explícitos en esa descomposición.

(Moreno,M., 2017), Este trabajo presenta una metodología para la búsqueda de números primos de forma determinista basada en una optimización de la famosa Criba de Eratóstenes, la cual permite de una manera sencilla encontrar los números primos desde 2 hasta n, siendo n un número natural dado, usando solo multiplicaciones, lo cual permite que este método pueda ser utilizado incluso por niños que no tengan un alto conocimiento en matemática, poniendo especial cuidado en no desperdiciar recursos de procesamiento, lo cual da pistas fundamentales para entender por qué los números primos se encuentran distribuidos de una forma que parece aleatoria pero que no ha sido definida aun en los números naturales.

Haciendo un análisis de cómo es el comportamiento de dicha criba, se presenta además un algoritmo que permite calcular de manera exacta la distribución de los números primos en los números naturales y estudiando su comportamiento se hace una aproximación matemática a través de una fórmula que permite conocer como es dicha distribución, teniendo en cuenta que encontrarla es un problema que ha sido considerado desde hace más de 2.000 años por los matemáticos más importantes del mundo.

Aprovechando el avance de los sistemas y la tecnología, se tiene una ventaja estratégica para poder abordar el problema y permite hacer pruebas más rigurosas de los resultados, para así aproximarse de una manera más exacta a los resultados esperados.

La investigación utilizó un método deductivo y analítico y se clasificó como de tipo descriptiva y explicativa.

Hipótesis: Existe un patrón que rige la distribución de los números primos en los números naturales y puede ser representado a través de modelos algorítmicos.

Concluye:

Al finalizar el proyecto se realizó un estudio que permite tener una aproximación formal sobre el comportamiento de la complejidad computacional del problema de encontrar los números primos de forma determinista.

Se definió un procedimiento o metodología determinista, el cual demostró ser eficiente para encontrar números primos, al no desperdiciar ningún ciclo de programación y además, permitió crear un algoritmo para el estudio de la distribución de los números primos en los números naturales.

Estos algoritmos permitieron hacer una extrapolación de la metodología definida que permita de una forma “eficiente” encontrar números primos de mayor tamaño y la cual siga siendo determinista a través de la reutilización de vectores.

Se diseñó una aplicación que permite visualizar la Criba y el algoritmo de distribución y brinda información necesaria para poder llegar a conclusiones importantes respecto a la distribución de los números primos entre los números naturales y su complejidad computacional.

Con los datos entregados por la aplicación se infiere una fórmula matemática y un modelo sobre el comportamiento de la aparición de los números primos en los números naturales.

2.2. Bases Teoricas

2.2.1. **Números primos**

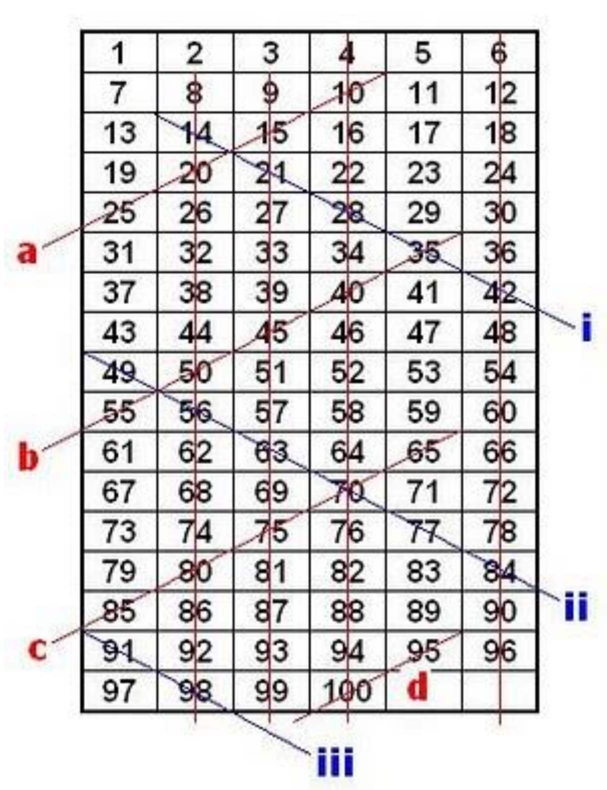
En matemáticas, un número primo es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1

Encontrar números primos: La criba de Eratóstenes

Se basa en confeccionar una lista de todos los números naturales desde el 2 hasta ese número y tachar repetidamente los múltiplos de los números primos ya descubiertos.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

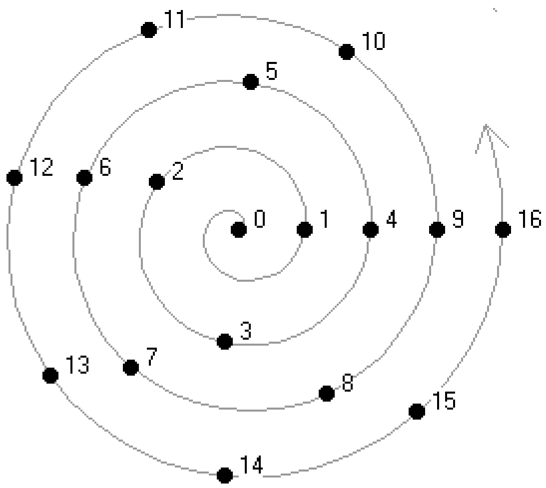
Criba de Swallow



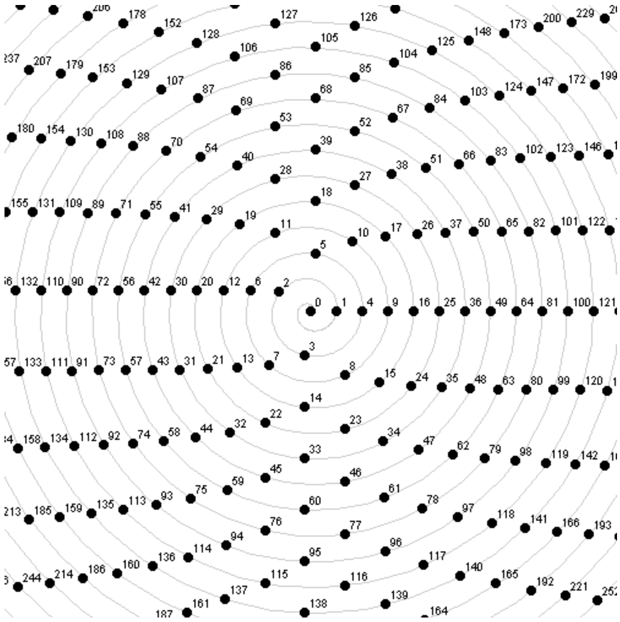
2.2.2.Espiral de números primos:

En (Vortex, 2007), se detallan la espiral numéricas en general. Los espirales numéricos son muy simples. Para hacer uno, solo escribimos los enteros no negativos en una cinta y lo enrollamos con cero en el centro.

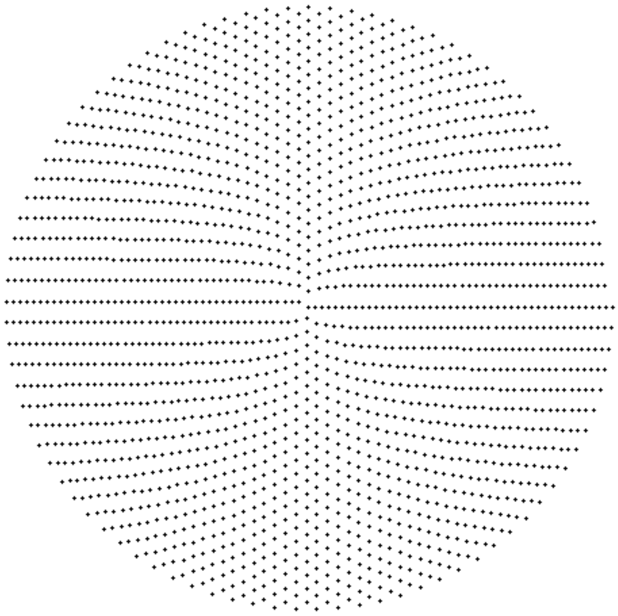
El truco es organizar la espiral para que todos los cuadrados perfectos (1, 4, 9, 16, etc.) se alineen en una fila en el lado derecho



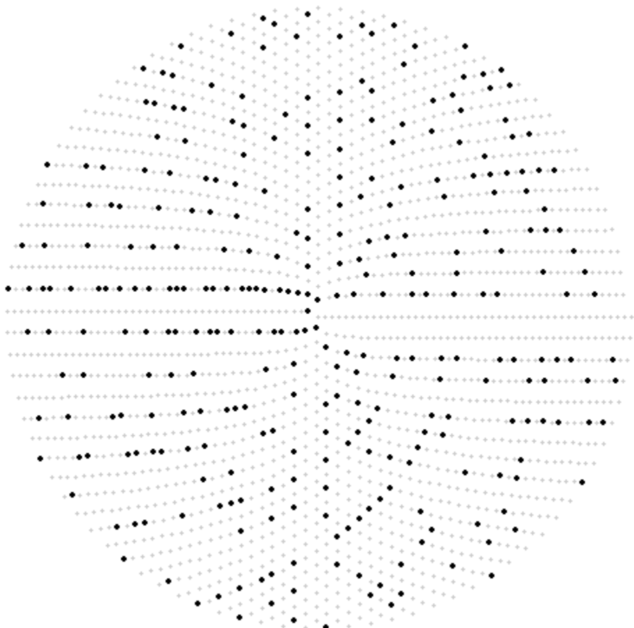
Si continuamos enrollando por un tiempo y alejamos un poco, el resultado se ve así:



Si nos alejamos aún más y eliminamos todo, excepto los puntos que indican las ubicaciones de los enteros, obtenemos la siguiente ilustración. Muestra 2026 puntos:

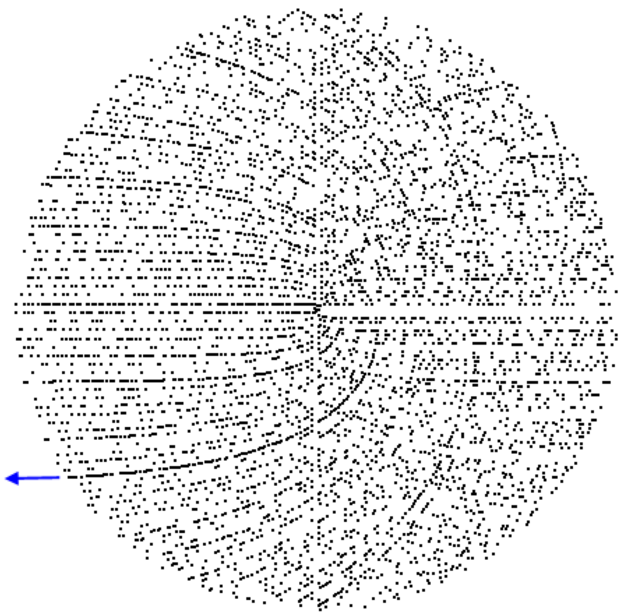


Intentemos hacer que los números primos sean más oscuros que los no primos:



Los números primos parecen agruparse a lo largo de ciertas curvas.

Vamos a alejarnos aún más para ver mejor. El siguiente número de espiral muestra todos los números primos que ocurren dentro de los primeros 46,656 enteros no negativos. (Para mayor claridad, los no primos se han dejado de lado).



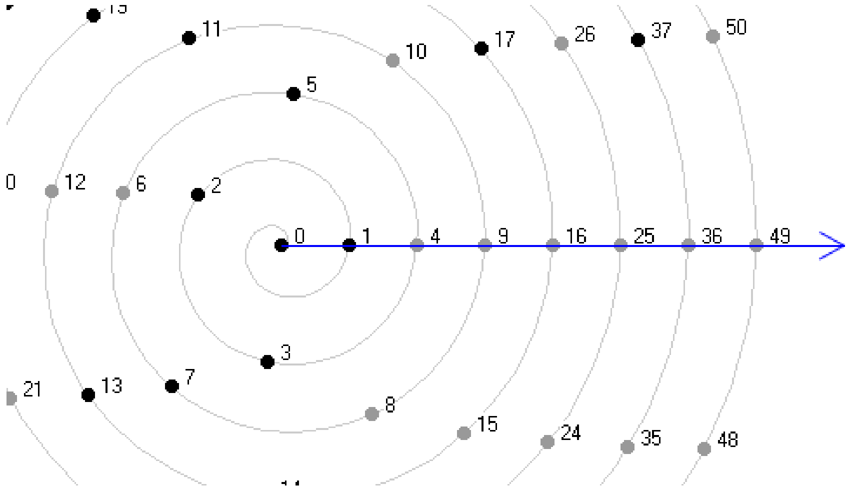
Los números en la curva marcada son de la forma : $x^2 + x + 41$, La famosa fórmula de generación principal descubierta por Euler en 1772.

Parece que los números primos tienden a concentrarse en ciertas curvas que se desvían hacia el noroeste y el suroeste, como la curva marcada por la flecha azul.

Curvas de producto

En la página anterior vimos que los números primos tienden a alinearse en curvas en el número espiral. De hecho, toda la espiral está hecha de curvas de este tipo, y cada entero pertenece a un número infinito de ellas.

La curva más simple de este tipo (la que tiene menos curvatura) es la línea de cuadrados perfectos, marcada aquí en azul:

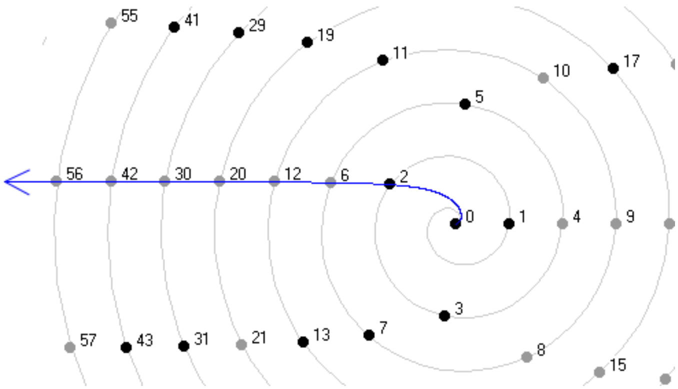


La figura muestra los valores de n ^{2} para el entero **n** no negativo. Las curvas azules no deben tomarse como gráficos de funciones continuas. Solo indican secuencias de enteros. No hay números en los espacios en blanco entre las bobinas grises de la espiral.

Por razones que se aclararán a medida que avancemos, debemos pensar en los números en esta línea en términos de sus factores. 1 es realmente 1 x 1; 4 es realmente 2 x 2; 9 es realmente 3 x 3; etc.

Por conveniencia, llamaré a esta línea "curva S" para "cuadrados".

Aquí hay otro ejemplo:



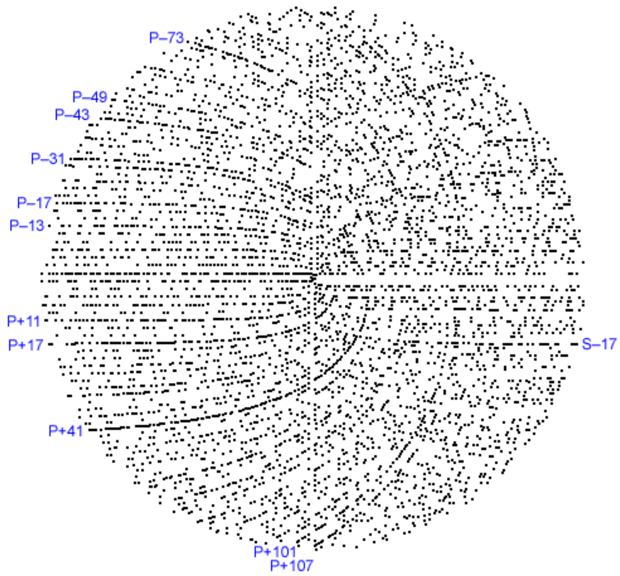
La figura muestra $n^2 + n$.

Los factores de los números en esta segunda curva son 1 x 2, 2 x 3, 3 x 4, etc. La diferencia entre los factores es siempre 1. Estos números se llaman pronics, por lo que llamaré a esta segunda línea "Curva P".

Primos

Ahora que hemos adoptado una convención para nombrar las curvas en la espiral numérica, veamos nuevamente cómo se distribuyen los números primos.

Como se muestra en la Figura, las concentraciones más densas de números primos parecen ocurrir principalmente en curvas cuyas compensaciones son primas.



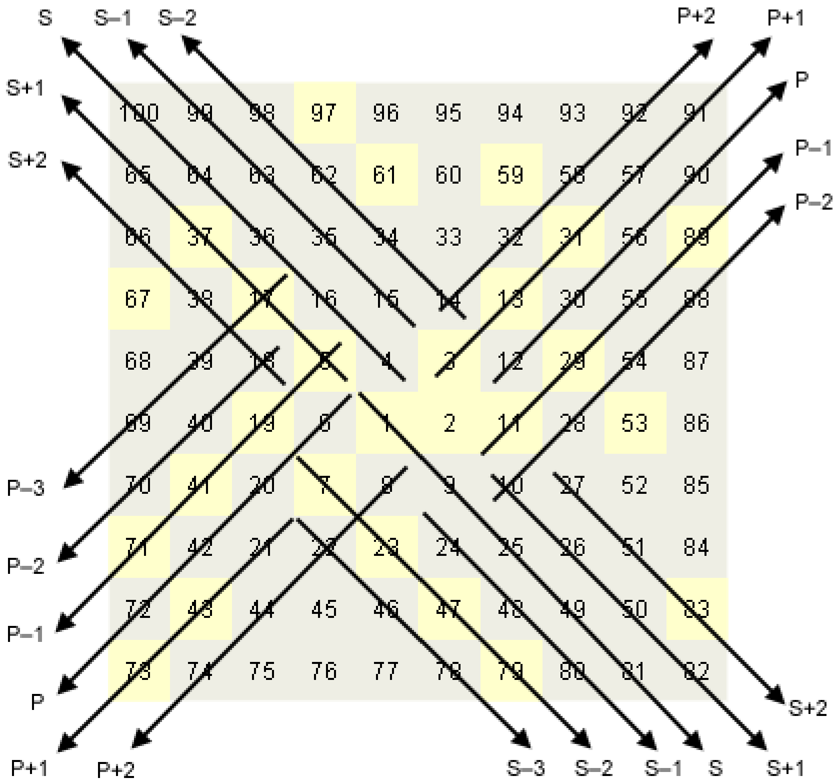
Cuando observamos una gráfica que muestra solo números primos, como en la anterior, las curvas orientadas hacia la izquierda son mucho más pronunciadas que las curvas orientadas hacia la derecha. Sin embargo, cuando observamos un gráfico que muestra todos los números enteros, las curvas orientadas hacia la izquierda y hacia la derecha son igualmente salientes. La principal razón para esto parece ser que en el lado izquierdo, los números primos solo pueden aparecer en curvas con compensaciones impares. En el lado derecho, los números primos pueden aparecer en curvas con desplazamientos par e impar. Sería interesante investigar empíricamente si ocurren cantidades iguales de números primos en ambos lados.

El número espiral está estrechamente relacionado con el espiral Ulam prime, que se muestra en la Figura:

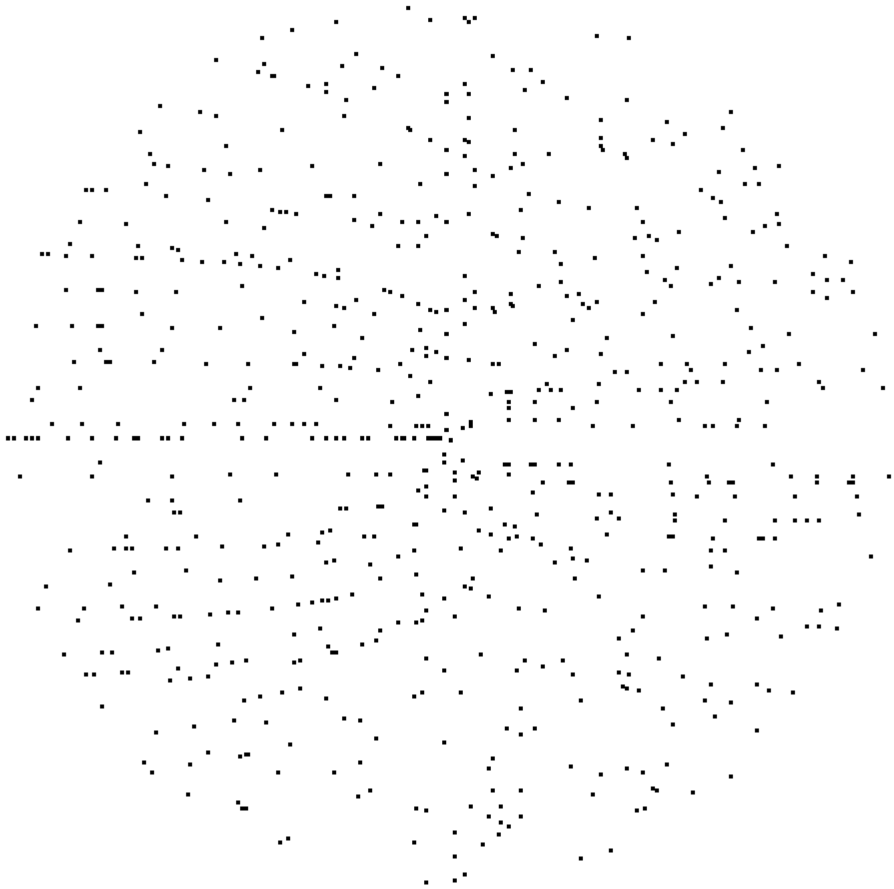
100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
65	64	63	62	61	60	59	58	57	90
66	37	36	35	34	33	32	31	56	89
67	38	17	16	15	14	13	30	55	88
68	39	18	5	4	3	12	29	54	87
69	40	19	6	1	2	11	28	53	86
70	41	20	7	8	9	10	27	52	85
71	42	21	22	23	24	25	26	51	84
72	43	44	45	46	47	48	49	50	83
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82

Cada diagonal de la espiral de Ulam corresponde a una curva particular en la espiral de números. Sin embargo, la espiral de Ulam hace dos diagonales fuera de cada curva permitiendo que ambos extremos de una diagonal crezcan en direcciones opuestas y colocando miembros alternativos de la secuencia en cada extremo. Además, las dos mitades de cada diagonal no suelen alinearse entre sí. Esto suena terriblemente confuso en palabras, pero como se muestra en esa Figura, es realmente muy simple.

En la Figura, solo he etiquetado algunas diagonales para ilustrar el patrón, la correspondencia se extiende infinitamente:



Muchos pares de números primos están separados por un solo no primo; por ejemplo, 29 y 31, o 41 y 43. La Figura muestra la distribución de estos gemelos (para ser precisos, muestra los intermedios no primos que separan a los gemelos) hasta 49,284:

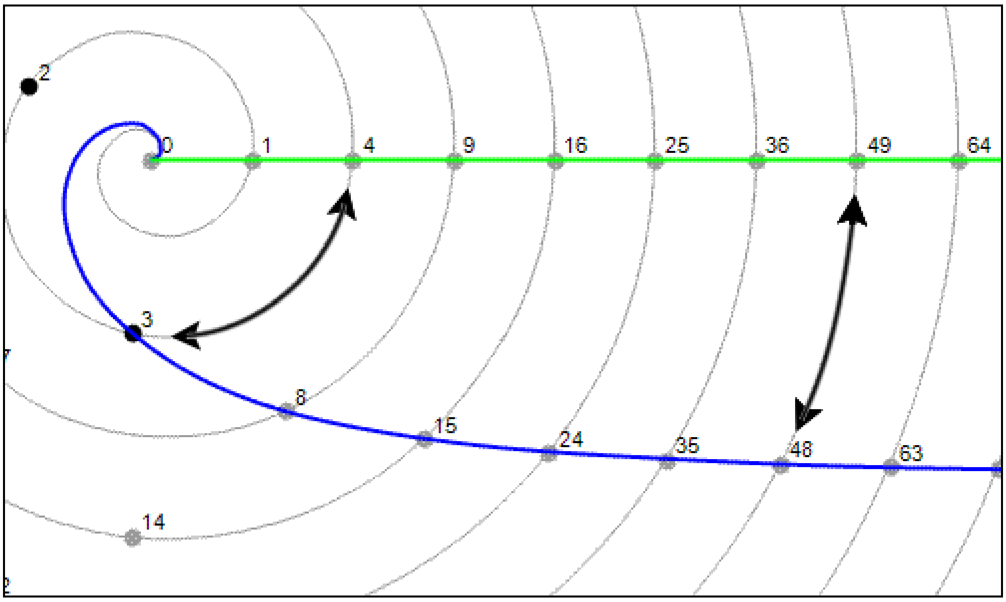


Curvas compensadas

En la parte inferior de la página anterior vimos una imagen de las primeras diez curvas de producto. Las curvas de producto son importantes porque cada forma posible de multiplicar un número por otro está representada en uno de ellos.

Pero resulta que son solo un caso especial de un fenómeno más general. Sus propiedades se deben al hecho de que están ubicadas a ciertas distancias fijas desde ciertos ángulos. Como veremos, otras curvas que están ubicadas a distancias fijas desde otros ángulos tienen propiedades similares.

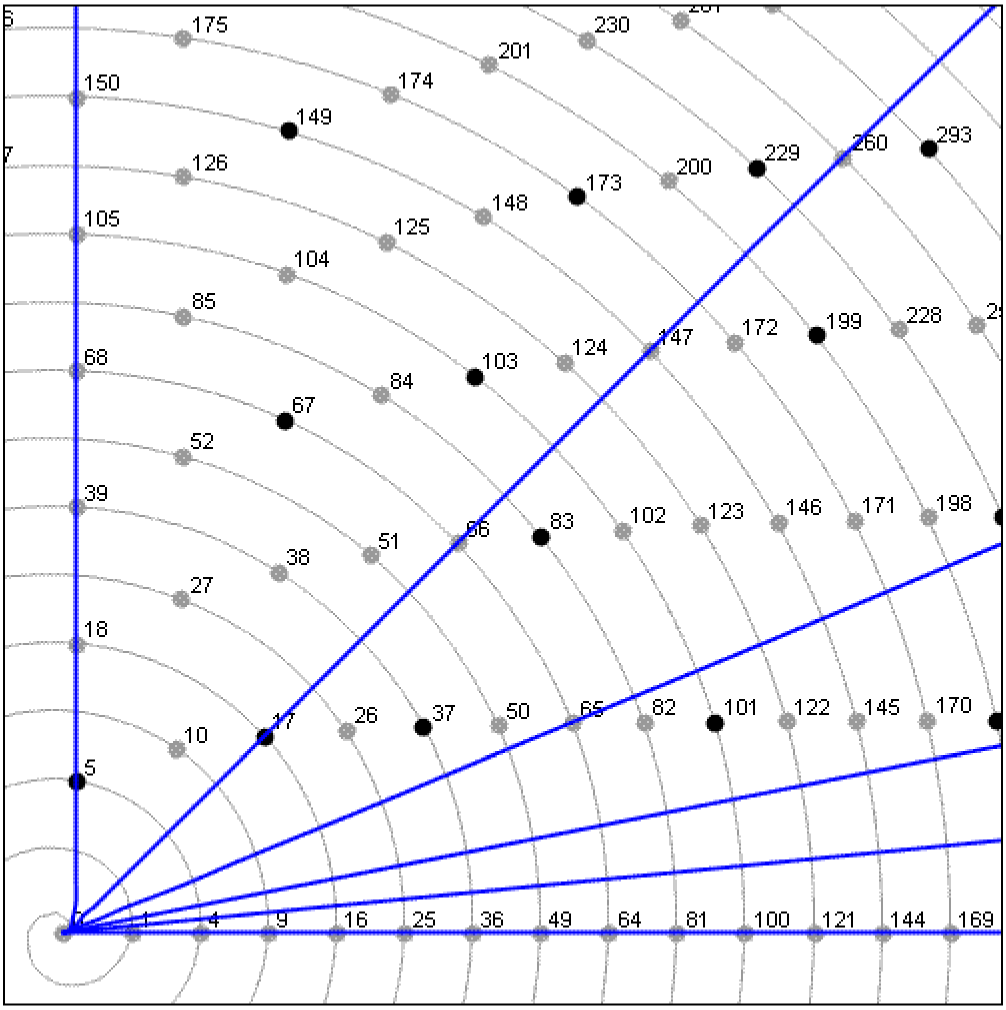
Para ilustrar estas ideas, veamos la curva de producto S - 1, que se muestra aquí en azul. Se encuentra a una distancia fija del ángulo cero, que se muestra en verde.



A primera vista, las líneas verde y azul parecen converger a la izquierda. Pero si medimos la distancia entre ellos usando la espiral misma como nuestra cinta métrica, las líneas siempre están separadas por una unidad. Las flechas negras muestran cómo hacer esto. La flecha izquierda se extiende entre 3 y 4, una distancia de uno. La flecha derecha se extiende entre 48 y 49, también una distancia de uno. Incluso cuando la curva azul está en cero, está separada (para fines de medición) de la curva verde por el trozo de la espiral que va de cero a uno. No importa dónde medimos, la distancia siempre es una.

Se llama una distancia constante de este tipo un desplazamiento. Cuando una curva está desplazada desde una línea de ángulo, la llamo una curva desplazada.

Si alejamos lo suficiente, las curvas de desplazamiento se ven rectas. Algunos de ellos tienen una curvatura tan pequeña que apenas tenemos que hacer zoom. Por ejemplo:



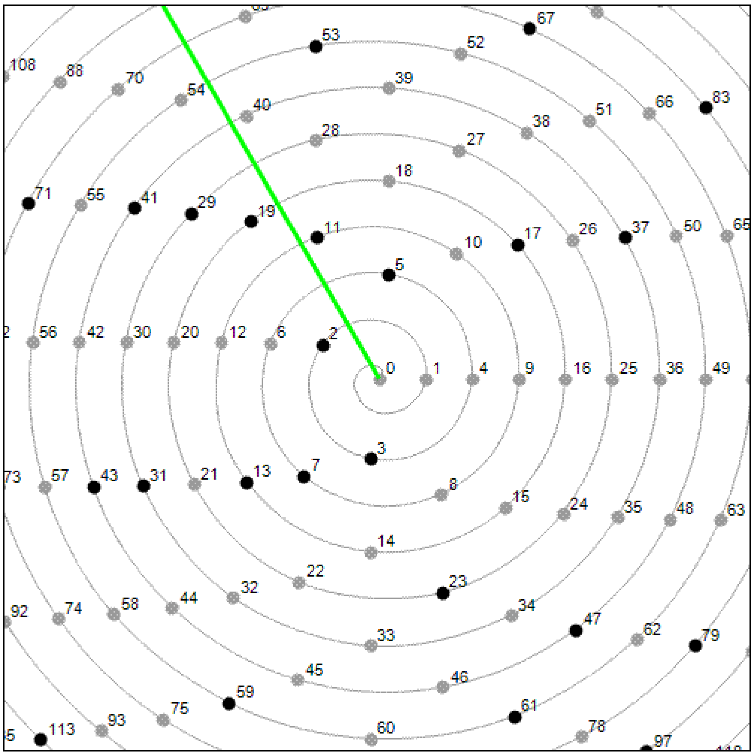
Las líneas azules en la Figura son las primeras curvas de desplazamiento de los ángulos 0, 1/64, 1/32, 1/16, 1/8 y 1/4.

Las curvas de compensación son importantes porque algunas de ellas son compuestas. Cuando digo que una curva es compuesta, quiero decir que todos los enteros en ellos (excepto el primero, que siempre es cero, y el segundo, que puede ser primo) no son primos. Además, podemos predecir la factorización de cualquier entero en dichas curvas solo por conocer su ubicación.

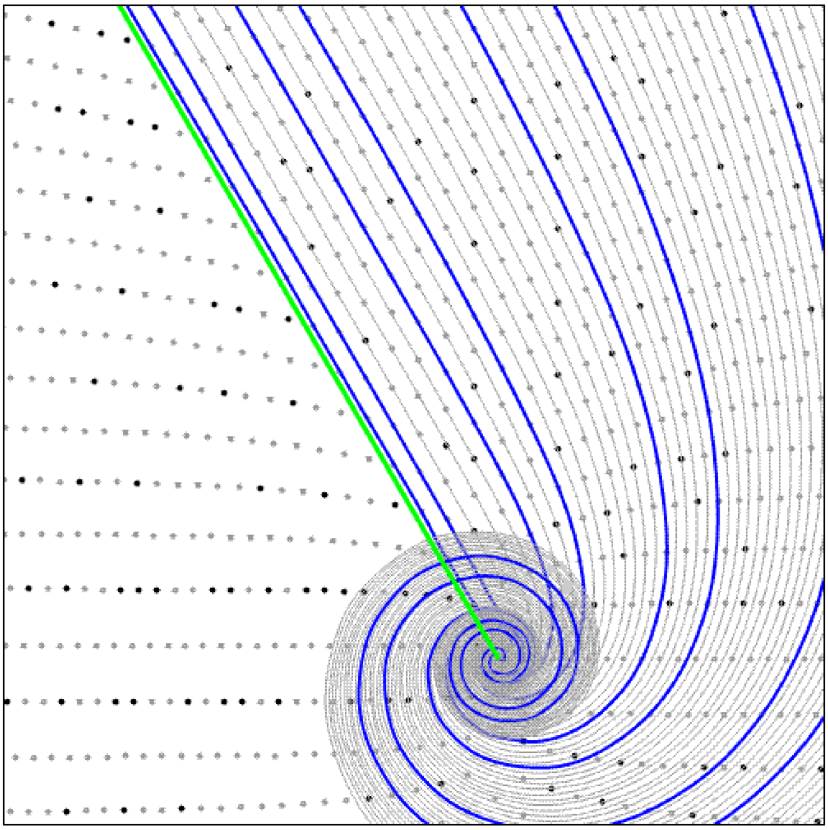
Cada ángulo racional tiene curvas de desplazamiento compuesto.

Cuando dice "ángulo racional", se refiere a un ángulo cuya medición en rotaciones es un número racional: 1/2 rotación, 1/3 de rotación, 1473/2076 de rotación, etc.

Aquí, por ejemplo, marcado en verde, es el ángulo de 1/3 (120 grados)



Y aquí están algunas de sus curvas de desplazamiento:

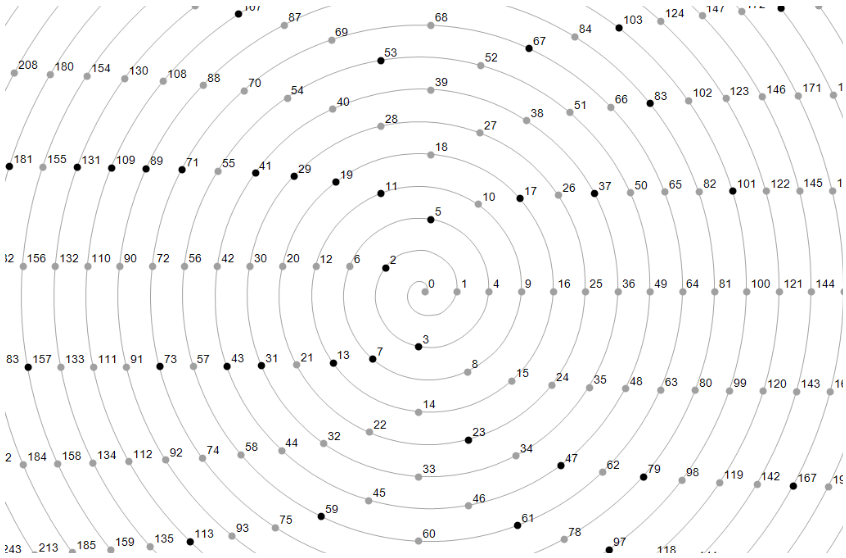


Las curvas offset azules son compuestas. (Para evitar malentendidos, permítanme decir nuevamente que el primer entero en una curva compuesta es cero, que el segundo puede o no ser primo, y el resto son compuestos).

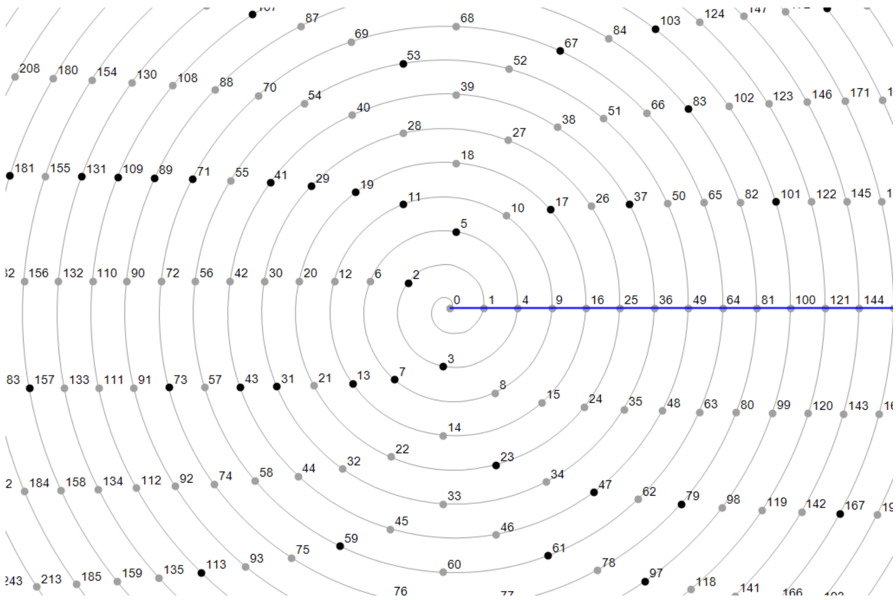
Software Vortex V 1

Con este programa, nos auxiliamos para configurar las distribuciones de los números primos.

Dibujamos:

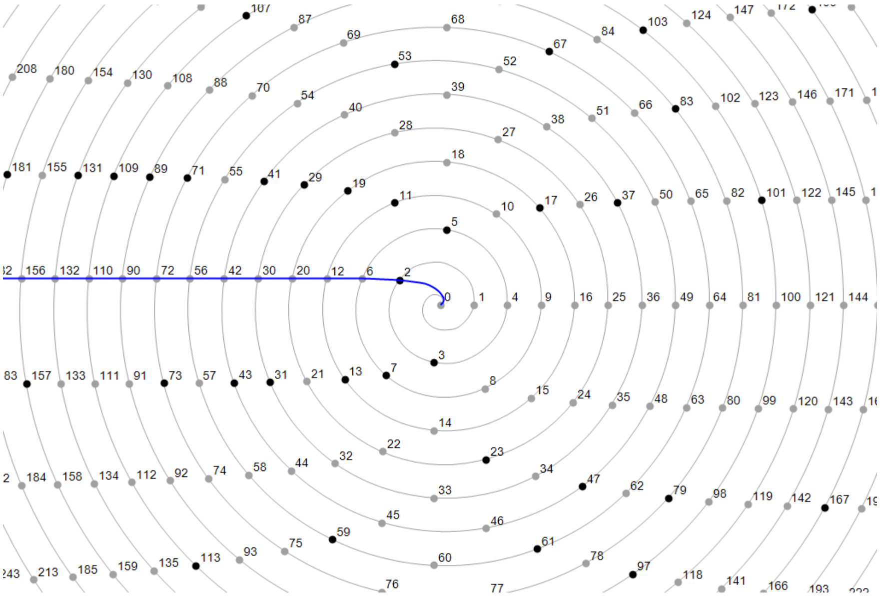


Trazamos todos los números que tengan la forma **n^2** (Curva **S**)

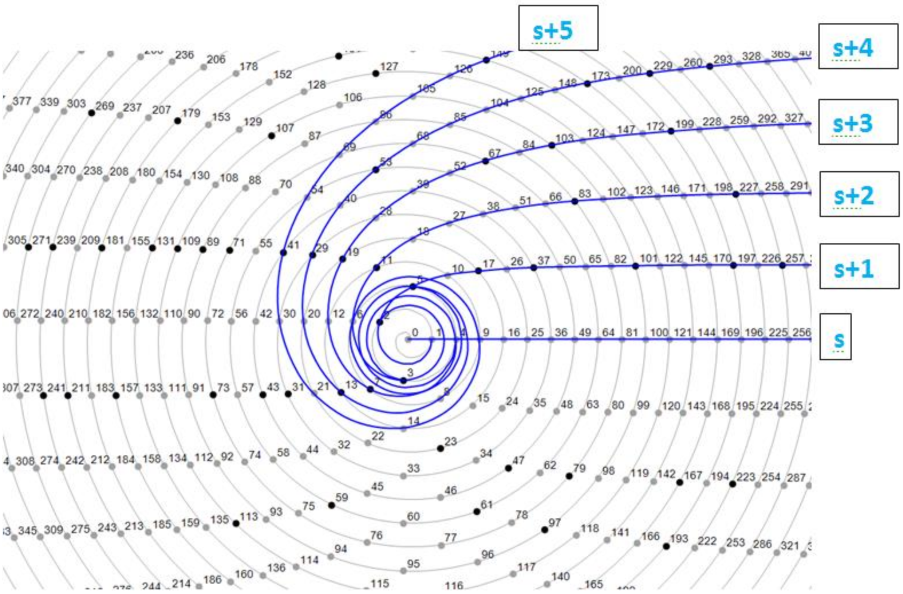


La figura muestra los valores de n ^{2} para el entero **n** no negativo. **Las curvas azules no deben tomarse como gráficos de funciones continuas**. Solo indican secuencias de enteros. No hay números en los espacios en blanco entre las bobinas grises de la espiral.

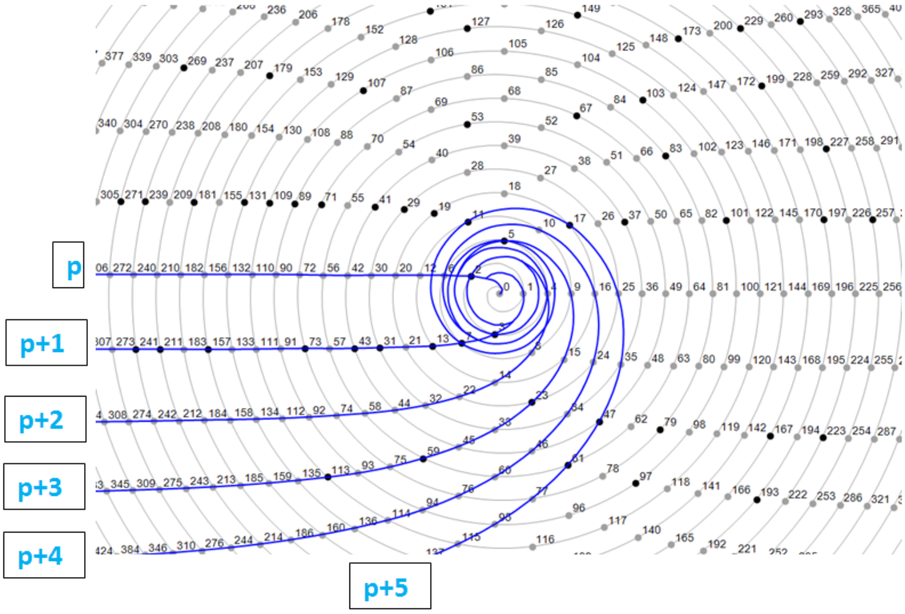
Aquí hay otro ejemplo: Trazamos todos los números que tengan la forma **n^2** + n (Curva P)



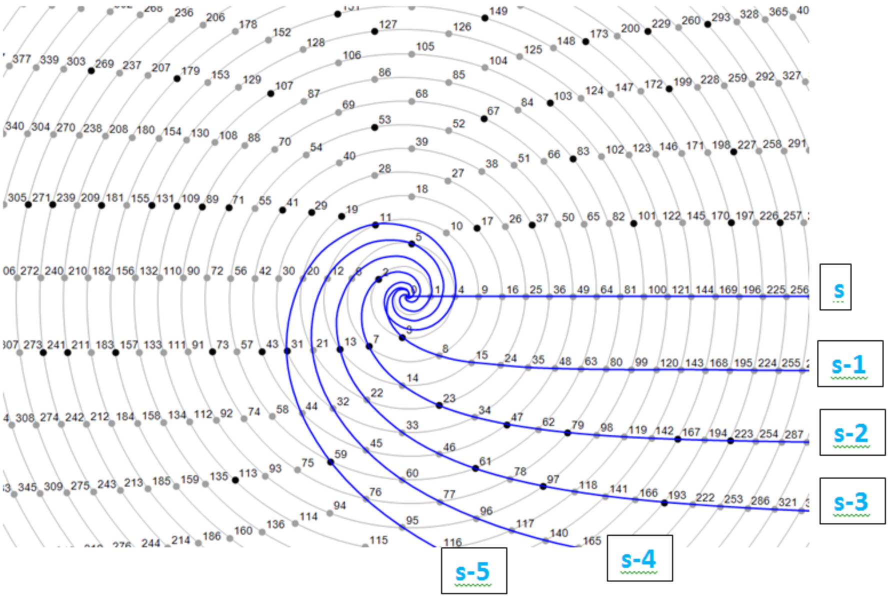
Otras curvas S: (positivos)



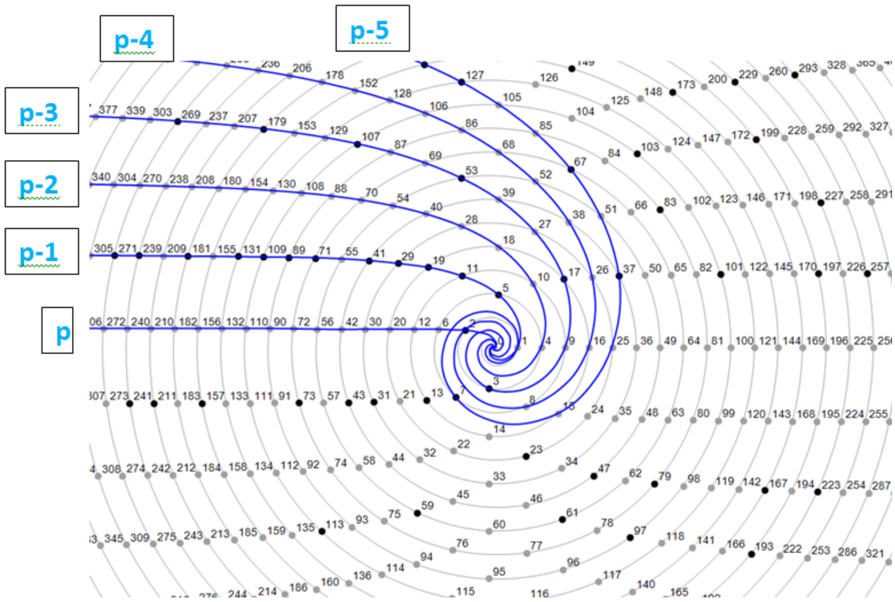
Otras curvas P: (positivos)



Otras curvas S: (negativos)



Otras curvas p: (negativos)



Conjetura y polinomios de Bouniakowsky

El matemático ruso Viktor Bouniakowsky propuso en 1857 la siguiente conjetura que, aunque no ha sido demostrada, tampoco existe contraejemplo que permita rechazarla:

Los polinomios irreducibles en Z[n] de grado 2 o superior con coeficiente del termino de mayor grado mayor o igual que 1 considerados como funciones polinómicas p: N → Z cumplen una y solo una de las dos condiciones siguientes:

a) Generan infinitos primos

b) Existe un divisor común mayor que 1 de todos los enteros positivos que genera, por tanto no genera más de un primo (el divisor común por si solo)

El polinomio $3n^2$-n+2 es irreducible pero es del tipo b) ya que todos los elementos que genera son divisibles por 2.

A los polinomio de Z[n] de grado 2 o superior que generan infinitos primos cuando se consideran funciones polinómicas de B en Z se les denomina polinomios de Bouniakowsky

2.2.3. COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD

(Ministerio Educación de Perú, 2016), El Currículo Nacional de la Educación Básica está estructurado con base en cuatro definiciones curriculares clave que permiten concretar en la práctica educativa las intenciones que se expresan en el Perfil de egreso. Estas definiciones son: competencias, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeño.

Competencias

La competencia se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético.

Ser competente supone comprender la situación que se debe afrontar y evaluar las posibilidades que se tiene para resolverla. Esto significa identificar los conocimientos y habilidades que uno posee o que están disponibles en el entorno, analizar las combinaciones más pertinentes a la situación y al propósito, para luego tomar decisiones; y ejecutar o poner en acción la combinación seleccionada.

Capacidades

Las capacidades son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas.

Los conocimientos son las teorías, conceptos y procedimientos legados por la humanidad en distintos campos del saber. La escuela trabaja con conocimientos construidos y validados por la sociedad global y por la sociedad en la que están insertos. De la misma forma, los estudiantes también construyen conocimientos. De ahí que el aprendizaje es un proceso vivo, alejado de la repetición mecánica y memorística de los conocimientos preestablecidos.

Las habilidades hacen referencia al talento, la pericia o la aptitud de una persona para desarrollar alguna tarea con éxito. Las habilidades pueden ser sociales, cognitivas, motoras.

Las actitudes son disposiciones o tendencias para actuar de acuerdo o en desacuerdo a una situación específica. Son formas habituales de pensar, sentir y comportarse de acuerdo a un sistema de valores que se va configurando a lo largo de la vida a través de las experiencias y educación recibida.

La competencia matemática referida a la cantidad en el Currículo Nacional de la Educación Básica y sus capacidades son:

COMPETENCIA: Resuelve problemas de cantidad.

Consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de cantidad, número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además dotar de significado a estos conocimientos en la situación y usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones.

Implica también discernir si la solución buscada requiere darse como una estimación o cálculo exacto, y para ello selecciona estrategias, procedimientos, unidades de medida y diversos recursos. El razonamiento lógico en esta competencia es usado cuando el estudiante hace comparaciones, explica a través de analogías, induce propiedades a partir de casos particulares o ejemplos, en el proceso de resolución del problema.

Esta competencia implica, por parte de los estudiantes, la combinación de las siguientes capacidades:

- **Traduce cantidades a expresiones numéricas: es** transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumplen las condiciones iniciales del problema.

- **Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones**

  Es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenido numérico

- **Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo**

  Es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medición, comparar cantidades; y emplear diversos recursos.

- **Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones**

  Es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.

Estándares de aprendizaje

Son descripciones del desarrollo de la competencia en niveles de creciente complejidad, desde el inicio hasta el fin de la Educación

Básica, de acuerdo a la secuencia que sigue la mayoría de estudiantes que progresan en una competencia determinada. Estas descripciones son holísticas porque hacen referencia de manera articulada a las capacidades que se ponen en acción al resolver o enfrentar situaciones auténticas.

Estas descripciones definen el nivel que se espera puedan alcanzar todos los estudiantes al finalizar los ciclos de la Educación Básica.

Desempeños

Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias (estándares de aprendizaje). Son observables en una diversidad de situaciones o contextos. No tienen carácter exhaustivo, más bien ilustran actuaciones que los estudiantes demuestran cuando están en proceso de alcanzar el nivel esperado de la competencia o cuando han logrado este nivel.

2.3. Definiciones conceptuales

Capacidades

Las capacidades son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas.

Competencias

La competencia se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético.

Currículo Nacional de la Educación Básica:

Es uno de los instrumentos de la política educativa de la Educación Básica. Muestra la visión de la educación que queremos para los estudiantes. Le da un sentido común al conjunto de esfuerzos que el Ministerio de Educación del Perú realiza en la mejora de los aprendizajes, desarrollo docente, mejora de la gestión, espacios educativos e infraestructura.

Curva de desplazamiento

Las curvas de desplazamiento son el tipo de curva más general en este sitio web. Cada curva que se puede graficar en la espiral es una curva de desplazamiento. Se denominan curvas de desplazamiento porque permanecen a una distancia fija de algún ángulo particular. Se generan mediante fórmulas cuadráticas que tienen un cuadrado perfecto como el coeficiente de x 2 . Si una curva de desplazamiento se grafica en coordenadas cartesianas, es la porción no negativa de la extremidad derecha de una parábola. Cuando se grafican en la espiral, a medida que se acercan al infinito, se vuelven rectos y paralelos al ángulo desde el cual se desplazan.

Curva de desplazamiento compuesto: Las curvas de desplazamiento compuestas son un subconjunto de curvas de desplazamiento. Sus fórmulas tienen c igual a cero. Cada entero en una curva de desplazamiento compuesto no es primo, excepto el primero, que es cero, y posiblemente el segundo, que puede ser primo o no. El desplazamiento de una curva de desplazamiento compuesto es siempre el cuadrado de una fracción.

Curva de producto: Las curvas de producto son un subconjunto de curvas de desplazamiento compuesto. Se establecen a una distancia fija desde la curva S (los cuadrados perfectos) o la curva P (los pronics). Hablando más exactamente, están desplazados desde el ángulo cero o el ángulo 1/2. Su importancia es que cada factorización que involucra dos números está representada en una de estas curvas. Un primo puede definirse como un número que se encuentra en una sola curva de producto.

Curvas: Una línea dibujada a través de los cuadrados perfectos 1, 4, 9, 16, etc. Es generada por la función $y = x^2$. La curva S es la única curva de desplazamiento recto en el número espiral.

Curva P: Una línea dibujada a través de los pronics 2, 6, 12, 20, etc. Es generada por la función $y = x^2 + x$.

Desempeños:

Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias (estándares de aprendizaje). Ilustran algunas actuaciones que los estudiantes demuestran cuando están en proceso de alcanzar el nivel esperado de la competencia o cuando han logrado este nivel.

Escanear: Pasar un objeto o un cuerpo a través de un escáner para obtener una imagen de su interior.

Estándares de aprendizaje:

Son descripciones del desarrollo de la competencia en niveles de creciente complejidad, desde el inicio hasta el fin de la Educación Básica, de acuerdo a la secuencia que sigue la mayoría de estudiantes que progresan en una competencia determinada. Asimismo, definen el nivel que se espera puedan alcanzar todos los estudiantes al finalizar los ciclos de la Educación Básica.

Prónico: Un pronico es un entero con factores que difieren en uno. Por ejemplo, 1x2 = 2, 2x3 = 6, 3x4 = 12, etc.

Vortex : es un programa para ver y analizar el número espiral.

2.4. Formulación de Hipótesis

2.4.1. Hipótesis General

Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

2.4.2. Hipótesis especificas

a. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

b. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

c. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

d. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

3.2. Variables:

V1: La espiral de Ulam

V2: Competencia matemática de situaciones cantidad.

Capítulo III: METODOLOGÍA

3.1. Diseño Metodológico:

3.1.1. **Tipo de investigación**: Experimental **o Diseño Experimental.**

La investigación experimental es un tipo de investigación que utiliza experimentos y los principios encontrados en el método científico. Los experimentos pueden ser llevados a cabo en el laboratorio o fuera de él. Estos generalmente involucran un número relativamente pequeño de personas y abordan una pregunta bastante enfocada.

Los experimentos son más efectivos para la investigación explicativa y frecuentemente están limitados a temas en los cuales el investigador puede manipular la situación en la cual las personas se hallan.

En la mayoría de estos experimentos, el investigador divide a las personas objeto de la investigación en dos o más grupos. Los dos grupos reciben tratamientos idénticos, excepto que el investigador da a un grupo y no a los otros la condición en la que él está interesado: el tratamiento. El investigador mide las reacciones de ambos grupos con precisión. Mediante el control de las condiciones de ambos grupos y dándole el tratamiento a uno de ellos, puede concluir que las diferentes reacciones de los grupos son debidas únicamente al tratamiento del mismo. En un experimento una variable (independiente) de las que intervienen es controlada por el investigador para ver qué efectos produce en los resultados (variables dependientes).

La investigación experimental en las ciencias sociales difiere notablemente de la investigación experimental en las ciencias naturales debido a las características de las unidades de análisis en el área social.

Un experimento tiene como propósito evaluar o examinar los efectos que se manifiestan en la variable dependiente cuando se introduce la variable independiente, es decir, se trata de probar una relación causal.

Montgomery (1993) define literalmente el experimento como "... una prueba o ensayo," (p. 1) en la que es posible manipular deliberadamente una o más variables independientes para observar los cambios en la variable dependiente en una situación o contexto estrictamente controlado por el investigador.

El desarrollo de un experimento tiene como requisito imprescindible utilizar un diseño apropiado para resolver el PON que se investiga. El diseño de investigación se puede entender como el desarrollo de un plan o estrategia que especifica las acciones y medios de control que se efectuarán para alcanzar los objetivos del experimento, responder a las preguntas de investigación y someter a contrastación las hipótesis.

Campbell y Stanley (1969) clasifican los diseños de investigación en experimentos verdaderos, preexperimentos y cuasiexperimentos. Para efectos de explicar los anteriores diseños se utilizará la simbología siguiente:

A= Asignación aleatoria de las unidades de análisis a los grupos testigo y experimental.

P = Pareamiento aleatorio.

G = Grupo.

GE = Grupo experimental.

GC = Grupo testigo o control.l X = Tratamiento experimental.

- = Ausencia de tratamiento experimental.

O1= Preprueba o medición previa al tratamiento experimental.

O2 = Posprueba o medición posterior al tratamiento experimental.

Santa Palella y Feliberto Martins (2010), autores del libro Metodología de la investigación cuantitativa, definen el diseño experimental como el experimento en el cual el investigador manipula una variable experimental no comprobada.

Según estos investigadores, las condiciones deben estar estrictamente controladas, con la finalidad de describir de qué modo y por cuál causa se produce o puede producirse un fenómeno.

Por otro lado, según Fidias Arias, autor del libro El Proyecto de Investigación, “la investigación experimental es un proceso que consiste en someter a un objeto o grupo de individuos en determinadas condiciones, estímulos o tratamiento (variable independiente), para observar los efectos o reacciones que se producen (variable dependiente)”.

3.1.2. **Enfoque**:

Para la presente investigación utilizaremos los siguientes métodos: El método hipotético deductivo como una secuencia de eventos investigativos que consiste en partir de un supuesto a que se trata de demostrar. Mediante este método se contrastará la hipótesis a través de una secuencia observable, estableciendo concluyentemente la verdad siguiendo una secuencia Analítico-sintético y descriptivo-explicativa.

Luego el análisis como la descomposición del todo en sus partes integrantes con el propósito de estudiar en forma intensiva cada uno de sus elementos así como las relaciones entre sí y con el todo. Formulada la hipótesis, ésta se analizará mediante la Operacionalización, primero descomponiendo las variables, estas en sus dimensiones luego indicadores, en ítems y en datos. Los datos serán procesados hasta convertirlos en cuantitativos, luego se hace la síntesis parcial, primero interpretaremos los datos a través de las tablas, después formularemos conclusiones respecto a la hipótesis.

Finalmente se formulará la síntesis global, mediante la contrastación de la hipótesis global, formulando la conclusión final a través del procedimiento de la inferencia.

El **método inductivo** permitirá inducir de los indicadores, conclusiones generales en los aspectos de la investigación. El método deductivo permitirá proyectar los niveles de desarrollo alcanzado en comparación de los grupos de investigación, para casos particulares

El **método explicativo** permitirá describir los recursos didácticos como las causas en la generación de habilidades experimentales.

El **método descriptivo** consistirá en distinguir e interpretar sistemáticamente un conjunto de rasgos características o propiedades de los hechos, en su estado actual y su forma natural.

El **método inferencial** Es una operación mental que permitirá formular conclusiones a partir de ciertos datos, premisas o antecedentes. Inferir es pasar de una verdad de premisas a otra verdad concluyente de mayor generalidad. Luego de contrastar las hipótesis específicas, permitirá inferir la hipótesis general.

Aplicaremos la estadística descriptiva e inferencial para la sistematización y proyección de los datos obtenidos en la investigación. Incluso utilizando un software especializado, como Excel 2007 y SPSS v17

Para la docimasia de hipótesis emplearemos la **prueba T**: Pruebas H_o : $\mu_1 = \mu_2$, H_1 : $\mu_1 < \mu_2$

Seleccionaremos al azar 2 grupos de estudiantes, cada uno se le aplicará una didáctica tradicional, y al otro grupo con la didáctica referido a la distribución de los números primos de mediante la espiral de Ulam. Después de le aplicará a cada grupo, una prueba sobre lo desarrollado, para verificar si existen diferencia estadísticamente significativas.

El esquema es el siguiente:

$G_{control}$	-	Post Prueba
$G_{experimental}$	X	Post Prueba

Dónde: G_n : Grupos de investigación. Experimental.

3.1.3. Población y Muestra

Población: Estudiantes matriculados 2018 en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

Grados	Número de alumnos
1º	148
2º	172
3º	140
4º	135
5º	90
TOTALES	685

Gráfico 1 NÚMERO DE MATRICULADOS 2018
Fuente:
http://escale.minedu.gob.pe/PadronWeb/info/ce?cod_mod=0285817&anexo=0
Elaboración: Investigador.

Muestra: Estudiantes matriculados 2018 de la en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

Por ser una investigación experimental, y constatando que es importante disponer de un Smartphone básico, la muestra estará constituida por los estudiantes de 1º al 5º de secundaria, en un total de 30.

La investigación experimental adopta un modelo probabilístico, al azar. Y los grupos de investigación estarán constituidos por $G_{control}=15$ y $G_{experimental}=15$

Tamaño de muestra para estudios piloto: Se recomienda incluir entre 30 y 50 participantes, los cuales deben poseer los atributos que se desean medir en la población objetivo (Babbie,2000,pp 232-256).

3.1.4. Operacionalización de variables e indicadores

Variable 1: V1: ESPIRAL DE ULAM

Dimensiones	Indicadores	N ítems	Escala de medición	Niveles	Rangos
Curvas	• "curva S" para "cuadrados". • "curva P" para " pronics ". • Curvas compensadas • Factores en las curvas de producto • Curvas de factores	1, 2, 3,4,5	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T
Funciones cuadráticas.	• Curvas compuestas compensadas • Primos	6,7,8	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T
Distribución de los primos	• Distribución de los primos entre los reales positivos • Polinomios cuadráticos • Conjetura y polinomios de Bouniakowsky	9,10, 11	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T

Variable 2: COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD

Dimensiones	Indicadores	N ítems	Escala de medición	Niveles	Rangos
Traduce cantidades a expresiones numéricas	• Ttransforma las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; • Modelo de expresión numérica como Sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. • Plantea problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. • Evalúa si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumplen las condiciones iniciales del problema.	1, 2, 3,4	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	• Expresa la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos, • Usa lenguaje numérico y diversas representaciones. • Lee representaciones e información con contenido numérico	5,6,7	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T

Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	• Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos: - cálculo mental y escrito, - la estimación, - la aproximación y medición, - comparar cantidades; - y emplear diversos recursos.	8,9,10,11, 12.	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	• Elabora afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; • Basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; • Explica con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.	13,14 ,15	Logro destacado (4) Logro esperado (3) En proceso (2) En inicio (1)	Bajo Medio Alto	Prueba T

3.1.5. Técnicas de recolección de datos

Se utilizó los siguientes instrumentos de medición:

a. Lista de Cotejo

b. Cuestionario de actitudes

c. Tablas estadísticas.

3.1.6. **Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación**

a. **La Validez**

Se refiere al grado en que un instrumento mide la variable que pretende medir. La validez es un concepto del cual puede tenerse diferentes tipos de evidencias:

- Evidencia relacionada con el contenido.LA VALIDEZ DE CONTENIDO, se refiere al grado en que un instrumento refleja un dominio específico de contenido de la que se mide. Por ejemplo, una prueba de operaciones aritméticas no tendrá validez de contenido si explora suma y división, y excluya problemas de resta y multiplicación.
- Evidencia relacionada con el criterio LA VALIDEZ DE CRITERIO implica que la medición del instrumento se ajusta o sirve a un criterio externo.

Si el criterio se ajusta al futuro se habla de validez predictiva.

- Evidencia relacionada con el constructo LA VALIDEZ DE CONSTRUCTO es probablemente la más importante, porque se refiere al grado en que una medición aportada por un instrumento relaciona consistentemente con otras mediciones que han surgido de hipótesis y construcción de teorías antecedentes.

VALIDEZ TOTAL = VALIDEZ DE CONTENIDO + VALIDEZ DE CRITERIO + VALIDEZ DE CONSTRUCTO

Para calcular la validez

La validez que más interesa obtener en una investigación científica es la validez de contenido.

Para obtener la validez de contenido:

- Revisamos como ha sido tratado una variable por otros investigadores anteriormente.
- Elaboramos un universo de ítems tan amplio como sea posible, para medir la variable en todas sus dimensiones.
- Consultamos con investigadores familiarizados con el tema y la variable a medir para ver si el contenido es exhaustivo. Esto se conoce con el nombre de validación por expertos.

b. **La Confiabilidad**

Para verificar el grado de uniformidad y consistencia del instrumento. Usaremos el coeficiente de CRONBACH (α), para mediar la confiabilidad del primer instrumentos de investigación, que se encuentra definida de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_r^2}{s_i^2}\right)$$

Donde:

α : Coeficiente de Cronbach

k : Número de preguntas o ítems

$\sum_{i=1}^{k} s_r^2$: Suma de varianza de cada ítem

s_i^2 : Varianza del total de filas (puntaje total de los jueces)

Esta escala varía entre 0 a 1; considerándose válida a partir de 0,6 en adelante.

Para el segundo instrumento, se aplicó:

Para el segundo instrumento se utilizó

el Coeficiente de KUDER-RICHARSON (Cxx)

$$C_{xx} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum pq}{s^2}\right)$$

Donde:

K = Numero de reactivos en la prueba

p = Proporción de personas que contestaron correctamente a un reactivo

q = 1- p

$\bar{x} = \textit{media muestral de la prueba}$

S^2 = Varianza muestral de la prueba

A su vez el coeficiente debe ser mayor que 0.5 para que el método empleado para la encuesta sea válido.

Tabla 1 Confiabilidad de instrumento de investigación: variable espiral de Ulam

		PREGUNTAS											PUNTUACIONES	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
ALUMNOS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	4,5	20,25
	2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	8	1,5	2,25
	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	4,5	20,25
	4	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	9	2,5	6,25
	5	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	5	1,5	2,25
	6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5	1,5	2,25
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4,5	20,25
	8	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	7	0,5	0,25
	9	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	3	3,5	12,25
	10	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	4	2,5	6,25
Suma		5	6	7	7	7	7	4	5	5	6	6	65		92,5
p		0,5	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6			
p		0,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4			
pq		0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	$\sum pq$	2,55	
MEDIA MUESTRAL DE LA PRUEBA						$\bar{X}$	6,5								
VARIANZA MUESTRAL DE LA PRUEBA						s^2	10,3							Cxx	0,8271

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: EL autor de la investigación.

Interpretación: Siendo C_{xx} = 0,8271, el grado de confiabilidad es aceptable.

Tabla 2 Confiabilidad de instrumento de investigación: variable competencia matemática de situaciones de cantidad

		PREGUNTAS															PUNTUACIONES
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
ESTUDIANTES	1	3	3	3	4	3	4	4	2	2	2	4	2	2	2	3	43
	2	2	1	2	3	1	1	1	1	4	1	2	1	3	2	1	26
	3	3	4	3	4	2	4	2	4	2	4	3	2	4	4	4	49
	4	1	1	3	3	3	2	1	3	1	1	1	3	3	3	1	30
	5	4	3	4	3	1	1	3	2	2	1	3	2	2	3	2	36
	6	3	2	3	1	4	1	4	2	3	2	1	1	3	2	2	34
	7	4	2	3	3	3	4	1	4	2	4	4	2	2	3	3	44
	8	4	2	3	3	4	2	4	4	2	4	4	2	1	4	3	46
	9	4	3	4	3	4	3	4	4	3	3	2	1	3	4	4	49
	10	4	4	1	1	3	4	4	2	4	2	2	2	3	4	3	43
TOTAL		32	25	29	28	28	26	28	28	25	24	26	18	26	31	26	400
VARIANZA		1,1	1,2	0,8	1,1	1,3	1,8	2,0	1,3	0,9	1,6	1,4	0,4	0,7	0,8	1,2	17,37777778
																VARIANZA	64,44444444
																COEFICIENTE DE CRONBACH(α)	**0,7825**

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: EL autor de la investigación.

Interpretación: Siendo $C\alpha$ = 0,7825, el grado de confiabilidad es aceptable.

3.1.7. Técnicas para el procesamiento de la información

Técnicas:

a. Técnicas para la recolección de información mediante el análisis documental de los instrumentos de sistematización de los datos

Procedimientos:

a. Recolección datos: Tabla de doble entrada, Matriz de tabulación
b. Análisis de los datos: Excel 2013 o SPSS v20
c. Interpretación de los datos: Comparación de las variables de la investigación

Capítulo IV: RESULTADOS

4.1. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo de control

Tabla 3 Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	2	13,3
En proceso	10	66,7
Logro esperado	2	13,3
Logro destacado	1	6,7
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

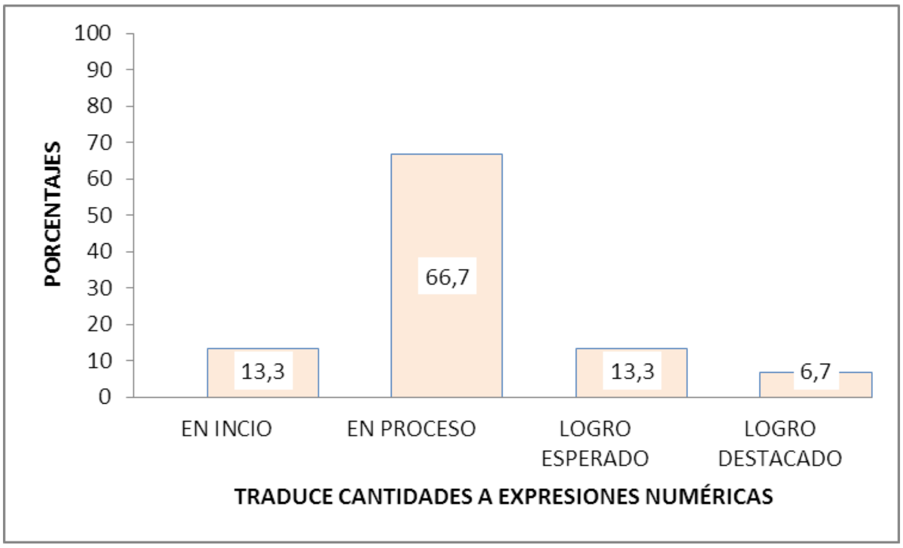


Figura 1 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas Grupo de control.

FUENTE: Tabla 3

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica tradicional, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas alcanza el 66,7%: en proceso; y el 6,7%, logro destacado. Es notable que el 13,3% se encuentre en inicio y logro esperado.

4.2. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo de control

Tabla 4 Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	6	40,0
En proceso	8	53,3
Logro esperado	1	6,7
Logro destacado	0	0,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

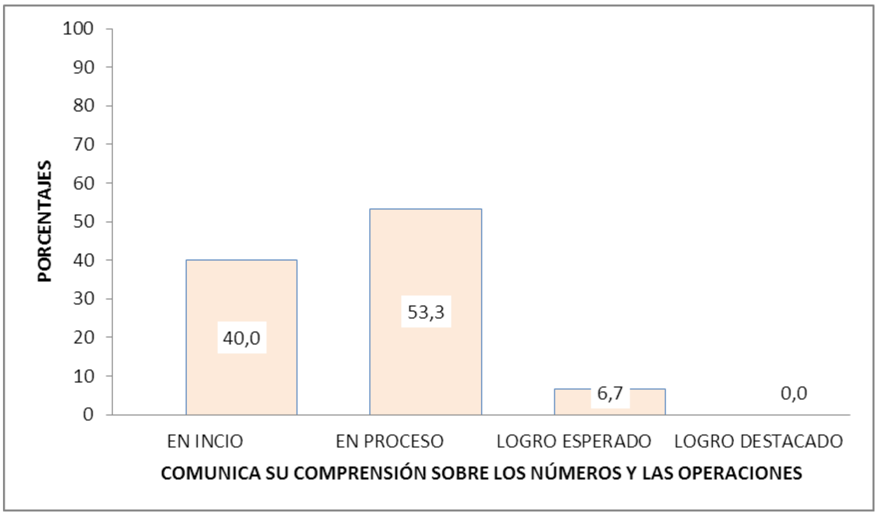


Figura 2 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones .Grupo de control.

FUENTE: Tabla 4

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica tradicional, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones alcanza el 53,3%: en proceso; y el 0,0%, logro destacado. Es notable que el 40,0% se encuentre en inicio

4.3. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo de control

Tabla 5 Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	3	20,0
En proceso	12	80,0
Logro esperado	0	0,0
Logro destacado	0	0,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

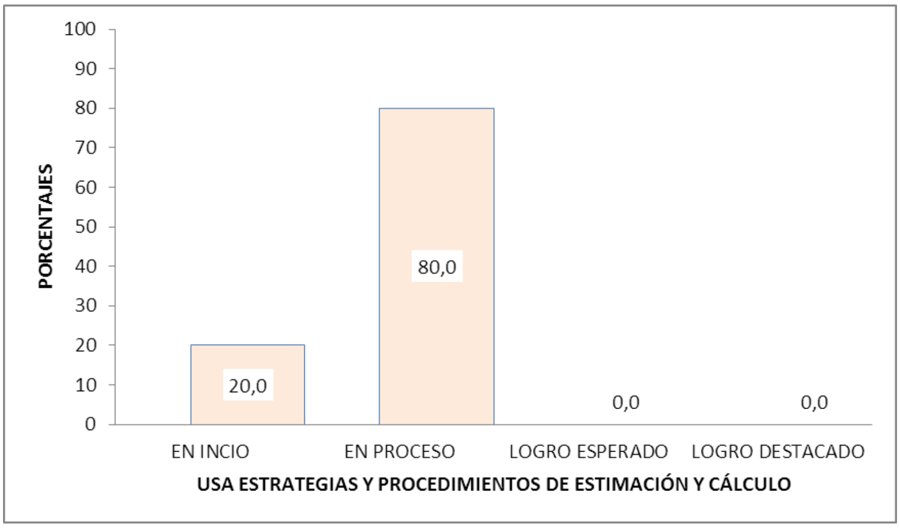


Figura 3 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Grupo de control.

FUENTE: Tabla 5

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica tradicional, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo alcanza el 80,0%: en proceso; y el 0,0%, logro esperado y destacado. Es notable que el 20,0% se encuentre en inicio

4.4. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo de control

Tabla 6 Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	8	53,3
En proceso	5	33,3
Logro esperado	2	13,3
Logro destacado	0	0,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

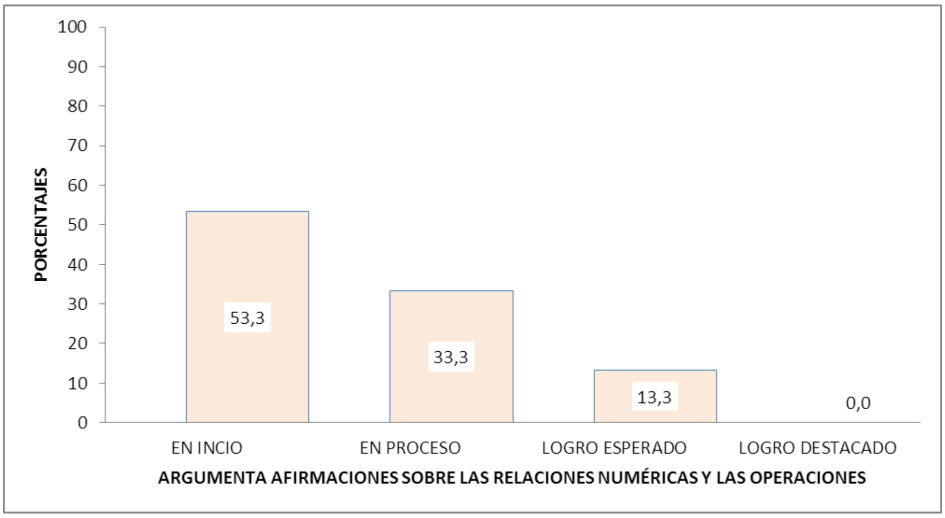


Figura 4 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. Grupo de control.

FUENTE: Tabla 6

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica tradicional, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones alcanza el 53,3%: en inicio; y el 0,0%, logro destacado. Es notable que el 33,3% se encuentre en proceso.

4.5. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo experimental

Tabla 7 Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0,0
En proceso	5	33,3
Logro esperado	9	60,0
Logro destacado	1	6,7
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

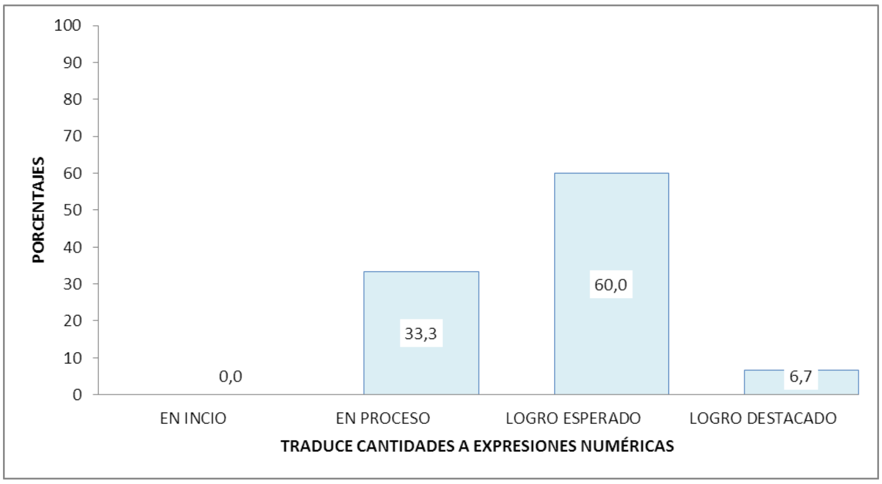


Figura 5 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas. Grupo experimental

FUENTE: Tabla 7

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica de la espiral de Ulam, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas alcanza el 60,0%: en logro esperado; y el 0,0%, en inicio. Es notable que el 33,3% se encuentre en proceso.

4.6. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo experimental

Tabla 8 Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	1	6,7
En proceso	4	26,7
Logro esperado	4	26,7
Logro destacado	6	40,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

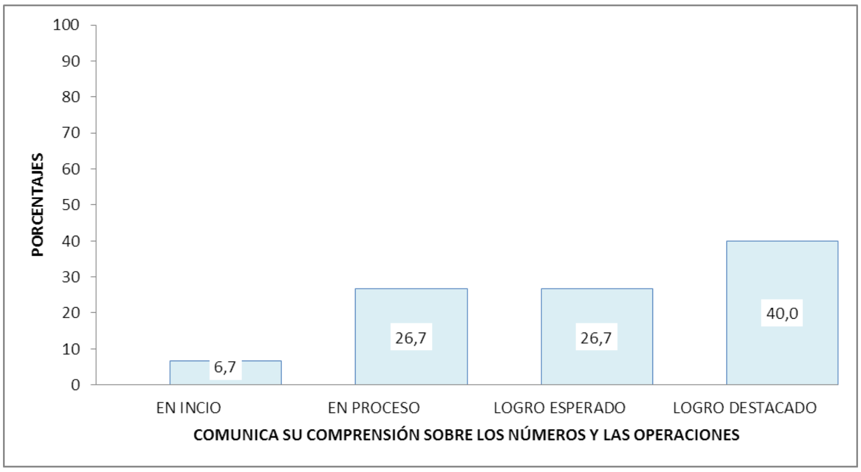


Figura 6 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Grupo experimental

FUENTE: Tabla 8

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica de la espiral de Ulam, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones alcanza el 40,0%: en logro destacado; y el 6,0%, en inicio. Es notable que el 26,7% se encuentre en proceso y logro esperado.

4.7. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo experimental

Tabla 9 Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0,0
En proceso	2	13,3
Logro esperado	10	66,7
Logro destacado	3	20,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

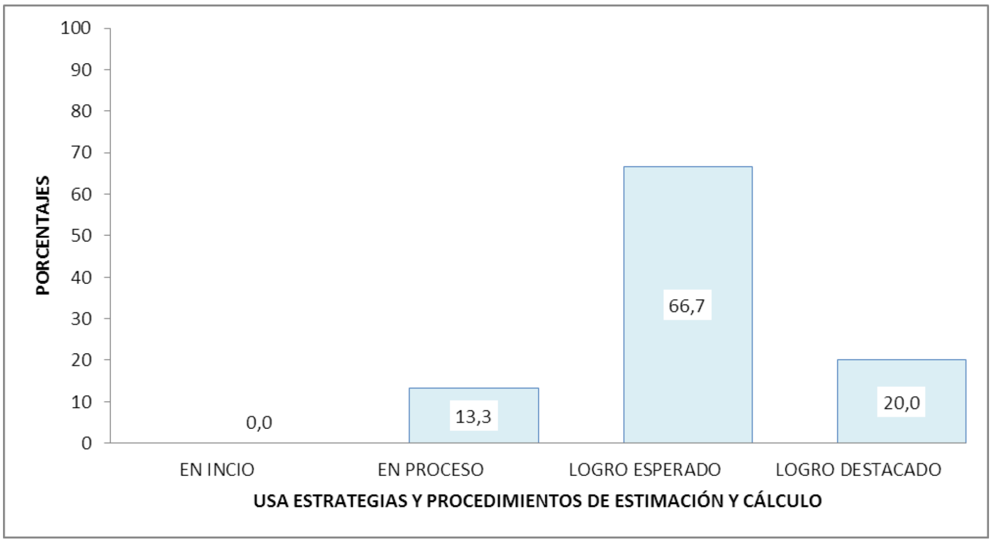


Figura 7 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Grupo experimental

FUENTE: Tabla 9

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica de la espiral de Ulam, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo alcanza el 66,7%: en logro esperado; y el 0,0%, en inicio. Es notable que el 20,0% se encuentre en logro destacado..

4.8. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo experimental

Tabla 10 Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0,0
En proceso	3	20,0
Logro esperado	9	60,0
Logro destacado	3	20,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

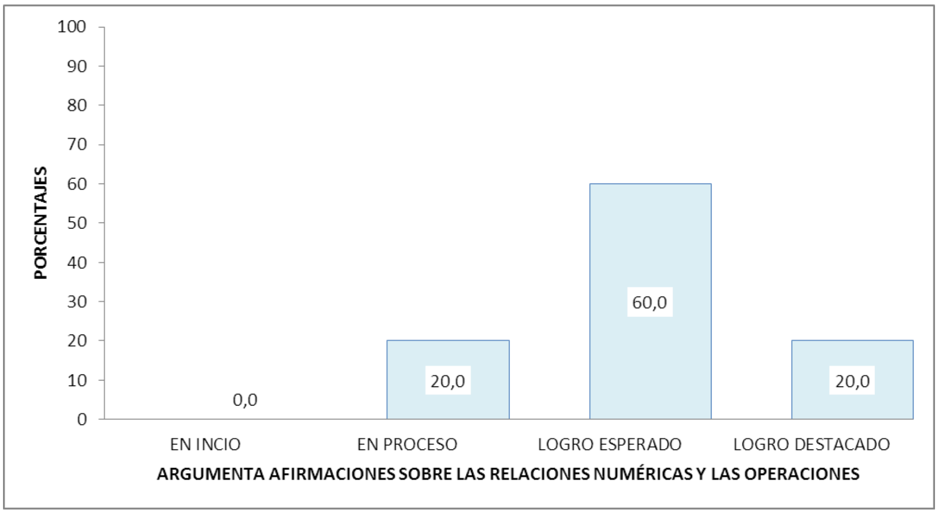


Figura 8 Porcentajes obtenidos en la competencia matemática: Resuelve problemas de cantidad. Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. Grupo experimental

FUENTE: Tabla 10

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica de la espiral de Ulam, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: Capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones alcanza el 60,0%: en logro esperado; y el 0,0%, en inicio. Es notable que el 20,0% se encuentre en logro destacado y esperado.

4.9. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo de control

Tabla 11 Resumen: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad.

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	2	13,3
En proceso	13	86,7
Logro esperado	0	0,0
Logro destacado	0	0,0
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

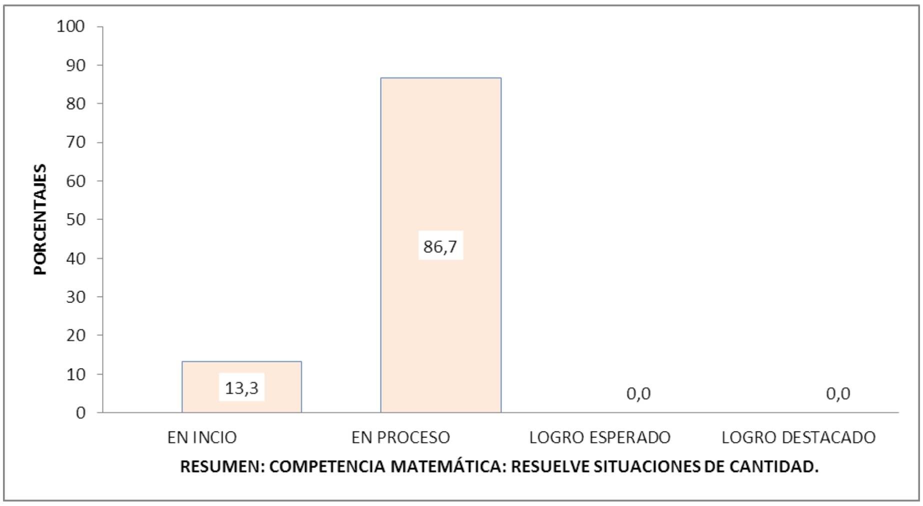


Figura 9 Porcentajes obtenidos en el resumen de la competencia matemática:: Resuelve situaciones de cantidad.. Grupo de control.

FUENTE: Tabla 11

INTERPRETACION

Que la aplicación de la didáctica tradicional, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: alcanza el 86,7%: en proceso; y el 0,0%, en logro destacado y esperado. Es notable que el 13,3% se encuentre en inicio.

4.10. De la variable: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad. Grupo experimental

Tabla 12 Resumen: Competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad.

Escala de calificación	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0,0
En proceso	1	6,7
Logro esperado	13	86,7
Logro destacado	1	6,7
Total	15	100,0

FUENTE: Aplicación realizada por el autor a los estudiantes que conformaron la muestra investigativa.
ELABORACIÓN: El autor de la investigación.

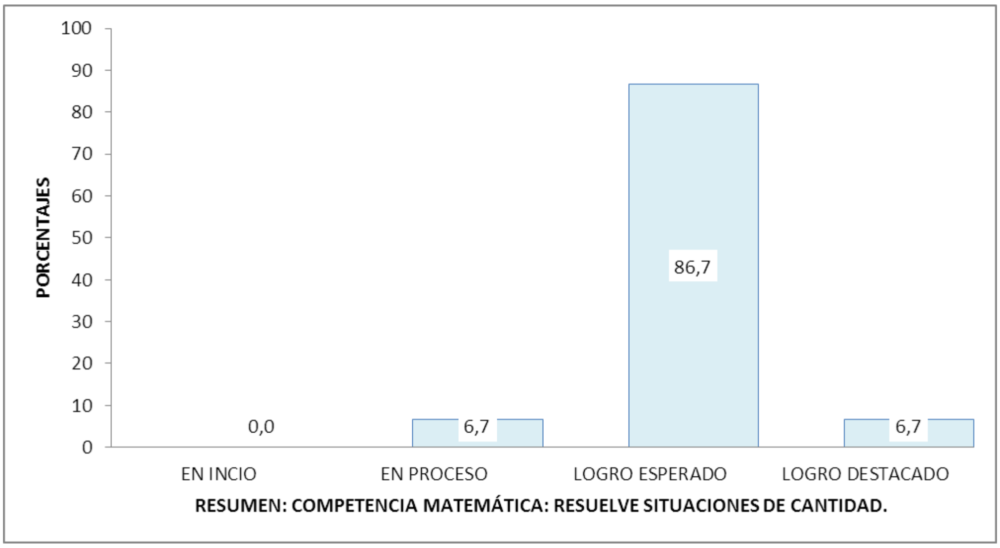


Figura 10 Porcentajes obtenidos en el resumen de la competencia matemática:: Resuelve situaciones de cantidad.. Grupo experimental.

FUENTE: Tabla 12

INTERPRETACION

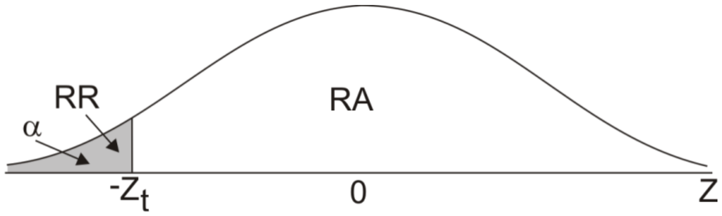
Que la aplicación de la didáctica de la espiral de Ulam, para la competencia matemática: Resuelve situaciones de cantidad, y capacidad: alcanza el 86,7%: en logro esperado; y el 0,0%, en inicio. Es notable que el 6,7% se encuentre en proceso y logro destacado.

4.9. Prueba de hipótesis

Aplicamos la docimasia de hipótesis, mediante la prueba T.

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$



Nivel de significancia: 5% p= 0,050

Nivel de confianza: 95%

Z_t = -1,645

Intervalo: [-1,645; ω]

4.9.1. Contrastación de la primera hipótesis específica

a. Determinación de la hipótesis nula y alternativa

H_0 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa iguales cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

H_1 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Tabla 13 Prueba T de la primera hipótesis específica

Estadísticos de grupo

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Puntaje	Grupo de control	15	6,67	1,799	,465
	Grupo experimental	15	7,87	1,356	,350

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Puntaje	Se han asumido varianzas iguales	,446	,510	-2,063	28	,049	-1,200	,582	-2,392	-,008
	No se han asumido varianzas iguales			-2,063	26,021	,049	-1,200	,582	-2,396	-,004

b. Región Crítica

Observamos t = -2,063 < Zt = -1,645 y una significancia: p = 0,049 < 0,050.

Por lo tanto se rechaza la H_o y aceptamos la H_1.

Por lo que se verifica la primera hipótesis especifica de la investigación

4.9.2. Contrastación de la segunda hipótesis específica

a. Determinación de la hipótesis nula y alternativa

H_0 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa iguales cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

H_1 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Tabla 14 Prueba T de la segunda hipótesis específica

Estadísticos de grupo

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Puntaje	Grupo de control	15	5,87	1,407	,363
	Grupo experimental	15	8,53	2,100	,542

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias					
	F	Sig.	t	gl	Sig.	Diferencia	Error típ.	95% Intervalo de

						(bilateral)	de medias	de la diferencia	confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
Puntaje	Se han asumido varianzas iguales	3,896	,058	-4,086	28	,000	-2,667	,653	-4,004	-1,330
	No se han asumido varianzas iguales			-4,086	24,466	,000	-2,667	,653	-4,012	-1,321

c. Región Crítica

Observamos $t = -4{,}086 < Zt = -1{,}645$ y una significancia: $p = 0{,}000 < 0{,}050$.

Por lo tanto se rechaza la H_o y aceptamos la H_1.

Por lo que se verifica la segunda hipótesis especifica de la investigación

4.9.3. Contrastación de la tercera hipótesis específica

a. Determinación de la hipótesis nula y alternativa

H_0 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa iguales cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

H_1 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Tabla 15 Prueba T de la tercera hipótesis específica

Estadísticos de grupo

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Puntaje	Grupo de control	15	7,40	1,298	,335
	Grupo experimental	15	11,40	1,454	,375

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Puntaje	Se han asumido varianzas iguales	,189	,667	-7,947	28	,000	-4,000	,503	-5,031	-2,969
	No se han asumido varianzas iguales			-7,947	27,648	,000	-4,000	,503	-5,032	-2,968

d. Región Crítica

Observamos t = -7,947 < Zt = -1,645 y una significancia: p = 0,000 < 0,050.

Por lo tanto se rechaza la H_o y aceptamos la H_1.

Por lo que se verifica la tercera hipótesis especifica de la investigación

4.9.4. Contrastación de la cuarta hipótesis específica

a. Determinación de la hipótesis nula y alternativa

H_0 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa iguales cuando se aplica la espiral de Ulam:,referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

H_1 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Tabla 16 Prueba T de la cuarta hipótesis específica

Estadísticos de grupo

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Puntaje	Grupo de control	15	5,67	1,345	,347
	Grupo experimental	15	8,47	1,187	,307

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Puntaje	Se han asumido varianzas iguales	,341	,564	-6,044	28	,000	-2,800	,463	-3,749	-1,851
	No se han asumido varianzas iguales			-6,044	27,574	,000	-2,800	,463	-3,750	-1,850

e. Región Crítica

Observamos $t = -6{,}044 < Zt = -1{,}645$ y una significancia: $p = 0{,}000 < 0{,}050$.

Por lo tanto se rechaza la H_o y aceptamos la H_1.

Por lo que se verifica la cuarta hipótesis especifica de la investigación

4.9.5. Contrastación de la hipótesis general

a. Determinación de la hipótesis nula y alternativa

H_0 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa iguales cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

H_1 : Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Tabla 17 Prueba T de la hipótesis general

Estadísticos de grupo

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Puntaje	Grupo de control	15	25,60	3,869	,999
	Grupo experimental	15	36,27	3,390	,875

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Puntaje	Se han asumido varianzas iguales	,317	,578	-8,030	28	,000	-10,667	1,328	-13,388	-7,946
	No se han asumido varianzas iguales			-8,030	27,525	,000	-10,667	1,328	-13,390	-7,944

f. Región Crítica

Observamos t = -8,030 < Zt = -1,645 y una significancia: p = 0,000 < 0,050.

Por lo tanto se rechaza la H_0 y aceptamos la H_1.

Por lo que se verifica la hipótesis general de la investigación

Capítulo V: DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Discusión

En la contrastación de los hipótesis se ha verificado que los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

Los resultados coinciden con (Ramirez, A., 2016), cuando aborda una estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de divisibilidad y factorización, mediante el estudio de frisos de números enteros positivos, con el fin de que los estudiantes, puedan observar, decir y registrar propiedades que se presentan en el conjunto de los enteros positivos a través de sus divisores. Hace referencia a los conceptos relacionados con frisos de números enteros positivos y el análisis de la distribución de los números primos en la espiral de Ulam. Propone una actividad pedagógica en la cual los estudiantes plantean sus argumentos mediante el “Modelo Argumentativo de Toulmin.

Concluyó que los conceptos de divisibilidad y factorización de los números enteros positivos fueron abordados mediante una nueva estrategia didáctica, distinta a los planteados en los textos escolares.

En la propuesta pedagógica se utilizó la espiral de Ulam para mostrar a los estudiantes en el estudio y análisis de la primalidad, ocurren situaciones interesantes tales como que los números primos al parecer se encuentran aglomerados en algunas diagonales de la espiral.

Se mejora notablemente por lo hallado en (Pulgarín, H., 2016), acerca del proyecto de aula sobre la Divisibilidad, cuando buscó elevar los niveles de aprendizaje, mediante la implementación de una estrategia didáctica, con base en lúdica y talleres dirigidos, con interrelación docente – alumno e interpretación de distintos fenómenos en un contexto dado, partiendo de unos conocimientos previos del alumno.

Presenta unas recomendaciones y estrategias para la enseñanza de la divisibilidad, que despierten en los alumnos la necesidad y la curiosidad de descubrir, indagar, y ser protagonistas del proceso y del resultado de su aprendizaje.

Se formuló el problema de Investigación: ¿Qué estrategia contribuye a la enseñanza y el aprendizaje de la divisibilidad?, afirmando que en la actualidad, que en las clases de matemática suelen enseñarse los algoritmos de las operaciones básicas u otros temas, de manera mecánica, y esto consiste principalmente en hacer que los estudiantes memoricen formulas y operaciones.

Dice que no expresar correctamente la descomposición factorial: La descomposición factorial se facilita si se maneja un orden, como lo sugiere la Criba de Eratóstenes. Desde los criterios de la divisibilidad, se empieza por 2, se sigue con el 3 y así sucesivamente. Los alumnos siempre empiezan por cualquier número, y no tienen en cuenta dicho orden, y encuentra dificultad al realizar el producto de potencias de factores primos y ponen de manifiesto la dificultad conceptual, que muchas veces pasa desapercibida por los alumnos. No reconocer la diferencia entre un número compuesto y un número primo:

algunos alumnos creen que todos los números impares son primos y que todos los números compuestos son los pares.

Concluye, que los alumnos deben reflexionar sobre las aplicaciones, propiedades y operaciones que se nos puede presentar en el proyecto de aula de los conceptos de ser primo, ser compuesto, ser múltiplo, ser divisor y descomposición en factores y que los lleve a argumentar, a proponer. Como consecuencia de esto, los docentes deben encontrar la necesidad de dotar a nuestros alumnos de nuevas habilidades (más que de unos conceptos) que les permita sentirse competitivos no solo en un contexto académico, sino en otros contextos de su vida.

Los resultados hallados, pueden contribuir a las investigaciones formuladas por (Cabezas, A. y Orjuela, L., 2015), cuando afirma que el énfasis que se hace en el Teorema Fundamental de la Aritmética en la educación básica no es muy amplio pese a la importancia y los conocimientos que puede movilizar su enseñanza en el aprendizaje de los estudiantes, es por ello esta investigación se caracteriza por la identificación de las concepciones de los profesores de matemáticas sobre el Teorema Fundamental de la Aritmética, desde una perspectiva Histórico-Epistemológica, a partir de la cual se indaga sobre los obstáculos epistemológicos que se presentaron en la construcción del tema central. Considera que es necesario analizar las concepciones de los profesores, debido a que éstas caracterizan no solo el conocimiento del profesor sino que también permean la forma en que se desarrollan los conocimientos en el aula de clase.

Formuló su problema de investigación: ¿Cuáles son las concepciones y usos que los profesores de matemáticas de Educación Básica tienen acerca del Teorema Fundamental de la Aritmética?, así como su propósito principal fue determinar las concepciones que tienen los profesores de matemáticas de Educación Básica acerca del Teorema Fundamental de la Aritmética, su importancia y su enseñanza, teniendo como directriz una perspectiva Histórico-Epistemológica.

Concluyendo que: El conocimiento de los profesores de Educación Básica, en cuanto al desarrollo histórico del concepto de número, es parcial, y que los docentes no reflexionan sobre la evolución de los conceptos a través de la historia. Estos aspectos se evidenciaron en las preguntas acerca de la noción de número, la idea del cero y el concepto de número primo.

Se identificó además, la presencia de un obstáculo al concebir la infinitud de los primos; este problema se exhibe en la justificación presentada por los docentes sobre la existencia de infinitos números primos, dado que lo relacionan con la infinitud de los números naturales; sin embargo, no es suficiente asociar la infinitud de los números primos, con la infinitud de los números naturales, es indispensable reconocer que se requiere de una demostración. Con lo anterior, no se pretende que el docente deba aprender la demostración, sino, que pueda entender la idea de lo qué trata y pueda conectarla con el saber.

La importancia de que el profesor de matemáticas, conozca a profundidad todos los temas que va a enseñar, en particular el TFA; reconocer las implicaciones que se derivan del teorema y la forma de simplificar operaciones cuando se conoce la descomposición de un número en sus factores primos. De allí que existan algunas carencias conceptuales que no permiten una mayor comprensión del teorema.

En las preguntas donde se hace referencia a las aplicaciones de los números primos y el TFA, los profesores responden de manera muy general, mencionando la utilidad de los números primos dentro de las matemáticas, en temas como, la divisibilidad, la factorización, entre otros; pero no reconocen la aplicación de los primos y el TFA en otros ámbitos, como es el caso de la utilidad de los números primos en la informática.

Los profesores tienen imprecisiones respecto a si es primo, a la infinitud de los números primos y a la unicidad de la descomposición; esto trae implicaciones en la enseñanza, pues seguramente estas inconsistencias serán replicadas por los estudiantes. De este modo, las concepciones de los profesores influyen en las concepciones que adquieren los estudiantes, en relación con los objetos matemáticos.

Los profesores deben enseñar el concepto de número primo, la importancia de éstos en el desarrollo de las matemáticas, en especial, en la teoría de números y tanto la existencia como la unicidad de la descomposición en primos y su utilidad, debido a que es algo que se va a repetir a lo largo de las matemáticas. Si los estudiante logran comprender con el TFA, que la idea de la factorización, es convertir en factores más pequeños, como se hace con los números al descomponerlos en factores primos, no van a tener problemas cuando se encuentren con esta idea en Álgebra, por lo tanto se fundan unas buenas bases.

Se mejoran los resultados de (Alberto, A., 2015), cuando aborda el problema de los significados de la divisibilidad de maestros en formación. Comienza haciendo un estudio piloto con ciento cuatro maestros en formación. El estudio piloto sirvió para establecer un diagnóstico sobre los significados de las relaciones "ser múltiplo" y "ser divisor" de este grupo de maestros en formación. Este diagnóstico permitió comparar los resultados obtenidos con nuestros antecedentes y tomar decisiones para ser aplicadas en un estudio posterior.

Se preguntó ¿Qué características debe tener un modelo de aprendizaje para que los maestros en formación comprendan la divisibilidad como una relación entre números enteros positivos y no como una operación aritmética?, ¿Cómo son los significados que muestran los maestros en formación y qué elementos los caracterizan conceptualmente, cómo los representan y con cuáles fenómenos matemáticos se corresponden?, ¿Qué representación utilizan los maestros en formación para organizar y comunicar sus ideas matemáticas sobre divisibilidad, qué operaciones realizan entre las representaciones utilizadas?, ¿Cómo influyen las diferentes representaciones en la forma de expresar los conceptos asociados a la divisibilidad? , ¿Cuál es la comprensión que tiene un grupo de maestros en formación de los números naturales, enteros, y, qué relaciones o vínculos manifiestan entre estos conjuntos numéricos?

Concluye que ningún maestro en formación señaló explícitamente que ser múltiplo o ser divisor se refiera a una relación entre números, que exige una cierta condición. La mayor parte de los maestros en formación que participaron en el estudio, asocian ser múltiplo con una operación aritmética, mayoritariamente la multiplicación y ser divisor con la operación aritmética división.

Los maestros en formación mostraron una percepción operacional de la noción ser divisor. El significado mostrado a la relación ser divisor por los maestros en formación está ligado a la operación de división en dos sentidos:

• Divisor como elemento que participa en una división, rol de divisor.

• Divisor como resultado de una división exacta.

Otro aspecto puesto de manifiesto en la actuación de los maestros en formación es la utilización limitada del teorema fundamental de la aritmética. La descomposición en factores primos de un número (primera parte del teorema) no presentó dificultad para los maestros en formación que participaron en este estudio. Sin embargo, algunos de ellos no consideraron los factores explícitos y no explícitos en esa descomposición.

También se mejora notablemente por lo hallado en (Moreno,M., 2017), cuando presenta una metodología para la búsqueda de números primos de forma determinista basada en una optimización de la famosa Criba de Eratóstenes, la cual permite de una manera sencilla encontrar los números primos desde 2 hasta n, siendo n un número natural dado, usando solo multiplicaciones, lo cual permite que este método pueda ser utilizado incluso por niños que no tengan un alto conocimiento en matemática, poniendo especial cuidado en no desperdiciar recursos de procesamiento, lo cual da pistas fundamentales para entender por qué los números primos se encuentran distribuidos de una forma que parece aleatoria pero que no ha sido definida aun en los números naturales.

Haciendo un análisis de cómo es el comportamiento de dicha criba, se presenta además un algoritmo que permite calcular de manera exacta la distribución de los números primos en los números naturales y estudiando su comportamiento se hace una aproximación matemática a través de una fórmula que permite conocer como es dicha distribución, teniendo en cuenta que encontrarla es un problema que ha sido considerado desde hace más de 2.000 años por los matemáticos más importantes del mundo.

Aprovechando el avance de los sistemas y la tecnología, se tiene una ventaja estratégica para poder abordar el problema y permite hacer pruebas más rigurosas de los resultados, para así aproximarse de una manera más exacta a los resultados esperados.

Suponiendo que existe un patrón que rige la distribución de los números primos en los números naturales y puede ser representado a través de modelos algorítmicos.

Concluye el estudio permite tener una aproximación formal sobre el comportamiento de la complejidad computacional del problema de encontrar los números primos de forma determinista.

Se definió un procedimiento o metodología determinista, el cual demostró ser eficiente para encontrar números primos, al no desperdiciar ningún ciclo de programación y además, permitió crear un algoritmo para el estudio de la distribución de los números primos en los números naturales.

Estos algoritmos permitieron hacer una extrapolación de la metodología definida que permita de una forma “eficiente” encontrar números primos de mayor tamaño y la cual siga siendo determinista a través de la reutilización de vectores.

Se diseñó una aplicación que permite visualizar la Criba y el algoritmo de distribución y brinda información necesaria para poder llegar a conclusiones importantes respecto a la distribución de los números primos entre los números naturales y su complejidad computacional.

Con los datos entregados por la aplicación se infiere una fórmula matemática y un modelo sobre el comportamiento de la aparición de los números primos en los números naturales.

5.2. Conclusiones:

- Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.
- Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.
- Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.
- Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de

estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

- Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.

5.3. Recomendaciones:

- Existe una deficiente definición y concepción del termino primo. Por lo que se sugiere promover la actualización permanente de las competencias básicas formativas de la teoría de números.
- También la teoría de números debe ser reforzados por los supuestos filosóficos históricos de la matemática, para que los docentes y estudiantes puedan visionar la distribución de los números primos.
- Acerca de la distribución de los números primos, se ha quedado estático en su percepción intuitiva, con lo hallado por Eratóstenes. Por lo que seria valioso exponer otras formas visuales del comportamiento de estos números.
- Una alternativa, utilizar las tecnologías informáticas, para verificar la distribución de los números primos. Vortex es un sistema pequeño en sus versiones iniciales, pero que bien se podría mejorar para la mejor comprensión o la realización de experiencias como los números que generan o contienen funciones especiales.
- La espiral de Ulam, puede ser utilizada no solo para experiencias de lograr competencias del campo temático de la teoría de números; sino ampliarlo hacia la contrastación de propiedades, teoremas, corolarios, lemas que existen en el campo teórico.
- Existen capacidades que son compatibles con la distribución de los números primos como la resolución o uso, comunicación; pero sería apropiado ampliarlo a situaciones mas complejas, como: traducir, argumentar.

- Una de las capacidades que ha resultado complicado ha sido la de traducir cantidades a expresiones numéricas, como en este caso investigado de la distribución de los números primos. ¿Será posible encontrar una regla general para ubicar un número primo? Parecería que la alternativa intuitiva, con la partición de la informática, podrían mejorar esa performance que se han obtenido en el campo formal.

Capítulo VI: FUENTES DE INFORMACIÓN

6.1. Fuentes Bibliográficas

Alberto, A. (2015). *Significados de la relación de divisibilidad de maestros en formación manifestados en el desarrollo de un modelo de enseñanza.* Granada: Universidad de Granada.

Babbie, E. (2000). *Fundamentos de la investigación social.* México: Thomson editores.

Briones, G. (1998). *La investigación educativa.* Colombia: Convenio Andrés Bello.

Cabezas, A. y Orjuela, L. (2015). *Concepciones de los docentes de educación básica sobre el Teorema Fundamental de la Aritmética.* Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Cole, N. (2003). *Las concepciones de los logros educativos en la investigación para la educación.* Bogotá: Educational Research.

De Haro, H. (2009). *Algunas experiencias de innovación educativa.* Mexico: ARBOR.

De Miguel, M. (2005). *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias.* España:: Ediciones Universidad de Oviedo.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas.* Madrid: Editorial Labor.

Giordano, P. (2009). *La soledad de los números primos.* Mexico: Salamandra.

Gribble, C. (2010). *Primes in Spirals.* The University of Arizona.

Hernández, J., Pennesi, M., Sobrino, D., & Vásquez, A. (2011). *Experiencias educativas en las aulas del siglo XXI, Innovación con TIC.* Madrid: Editorial Ariel.

Hernandez, R., & et al. (20008). *Metodología de la investigación.* Mexico: Mc Graw Hill.

López, A., & Cañadas, M. (2013). *Utilización del teorema fundamental de la aritmética por aestros en formación en tareas de divisibilidad.* Granada: Comares.

Moreno,M. (2017). *Análisis del comportamiento en la distribución de los números primos en los números naturales.* Universidad Tecnológica de Pereira.

Pujay, O., & Cuevas, R. (2008). *Estadística e Investigación.* Lima: Editorial San Marcos.

Pulgarín, H. (2016). *Proyecto de aula, para la enseñanza de la Divisibilidad en el grado sexto, en la Institución Educativa Tulio Ospina, de la ciudad de Medellín.* Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Raboso, D. (2014). *Métodos espectrales, combinatorios y analíticos en algunos problemas de teoría de números.* Madrid: Facultad de Ciencias.Universidad Autónoma de Madrid.

Ramirez, A. (2016). *El estudio de los frisos como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de divisibilidad y la factorización de números enteros positivos .* Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

6.2 Fuentes Hemerográficas

Peña,M y Madrid, M. (2015, Vol. 32(1), nº 89). Propuestas de Innovación para la enseñanza. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 67-74.

Stein, M., & Ulam, S. (1967). An Observation on the Distribution of Primes. *American Mathematical Monthly*, 43–44.

6.3. Fuentes Documentales

Ministerio Educación de Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica.* Lima: MINEDU.

Unesco. (2008). *Estándares de Competencias en TIC para docentes.* Londres: Organización de las Naciones Unidas para la educación, la Ciencia y la Cultura.

6.4. Fuentes Electrónicas

Campillo, S. (2016). *hipertextual*. Obtenido de ¿Para qué sirven los números primos?: https://hipertextual.com/2016/10/numeros-primos-mersenne

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros.* (U. d. Granada, Ed.) Recuperado el 1 de 5 de 2018, de http://www.ugr.es/local/jgdino/edumat-maestros/

Hahn, H. (2008). *he distribution of prime numbers on the square rot spiral.* Recuperado el 12 de 6 de 2018, de https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0801/0801.1441. pdf

Ministerio Educación de Perú. (2 de junio de 2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica.* Obtenido de www.minedu.gob.pe

Pino, M. (s.f). *Derriba a los primos.* Recuperado el 2 de 7 de 2018, de http://www.ematematicas.net/destructor.php

Sacks, R. (2003). *Number Spiral.* Recuperado el 21 de 7 de 2018, de www.numberspiral.com

Selberg, Z. (2013). *Aritmética.* Obtenido de Lo fascinante de la teoría de números: https://sselbergg.wordpress.com/2013/10/28/el-numero-que-era-primo-pero-ya-no/

Vortex. (2007). *Software especializado en espirales numéricas*. Obtenido de https://www.numberspiral.com/

ANEXOS

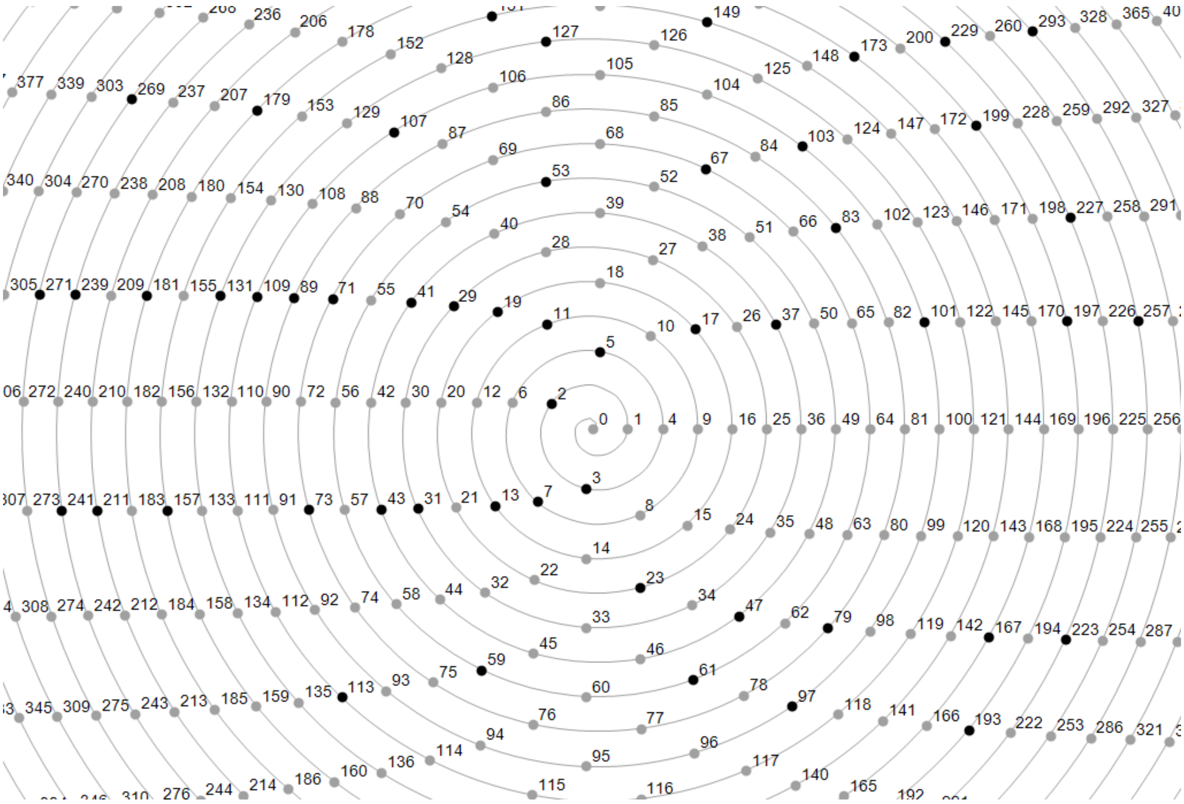
Instrumentos de Investigación

Instrumentos de investigación: Espiral de Ulam
INSTRUCCIONES: **Utilizando la espiral de Ulam y sus dimensiones: Curvas, Funciones cuadráticas y Distribución de los primos**. Resuelve los siguientes ítems, acerca de indicadores de a neurodidáctica.
Logro destacado (4), Logro esperado (3), En proceso (2), En inicio (1)

Escala: Correcto (1) Incorrecto (0)

Dimensión: Curvas

Pregunta 1: Traza la "curva s" para "cuadrados".
Pregunta 2: Traza la "curva p" para " pronics ".
Pregunta 3: Traza la curvas compensadas: p y p+2 y observa las diferencias entre números.
Pregunta 4: Traza la curva p y observa los factores de producto en la curva.
Pregunta 5: Traza curvas: s-1 y p+4 y observa los factores obtenidos.

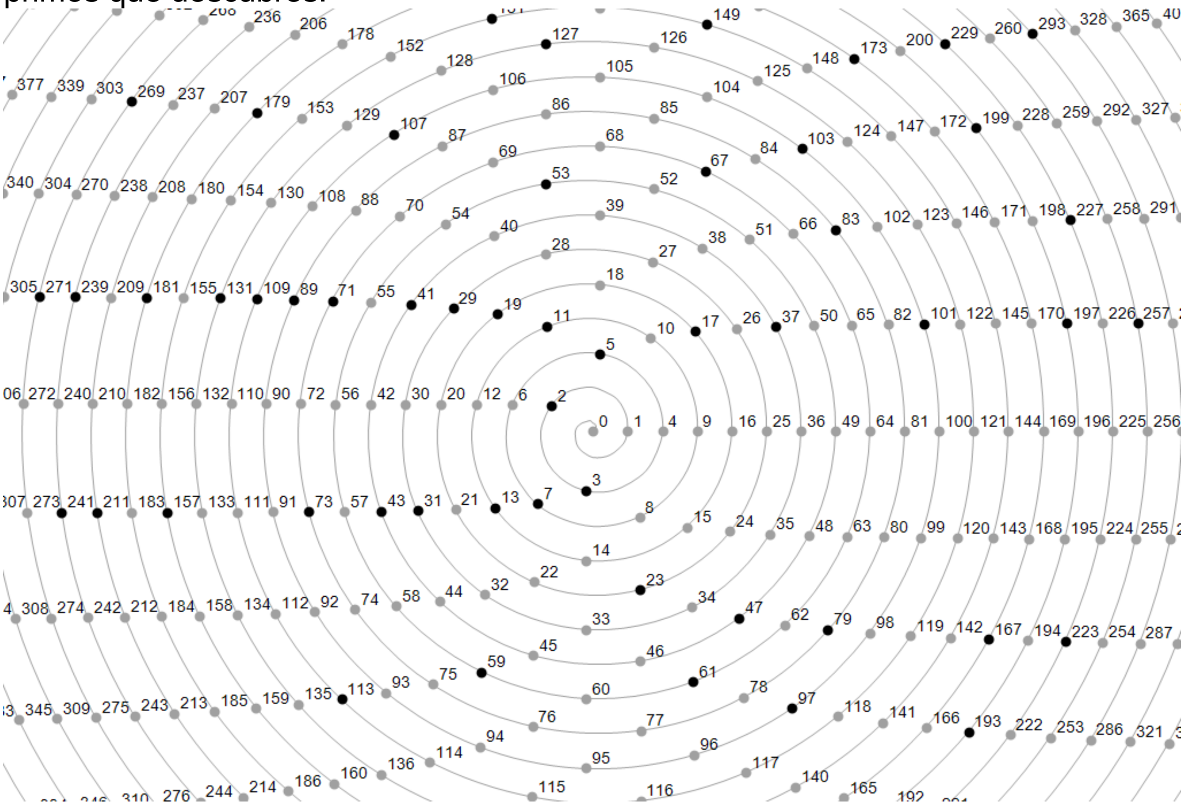


Dimensión: Funciones cuadráticas.

Pregunta 6: Traza las curvas compuestas compensadas 1 : s y s-1
Y descubre que propiedad observas

Pregunta 7: Traza las curvas compuestas compensadas 2: p y p-2
Y descubre que propiedad observas

Pregunta 8: Traza la curva s y s+1, luego encierra con un círculo los números primos que descubres.

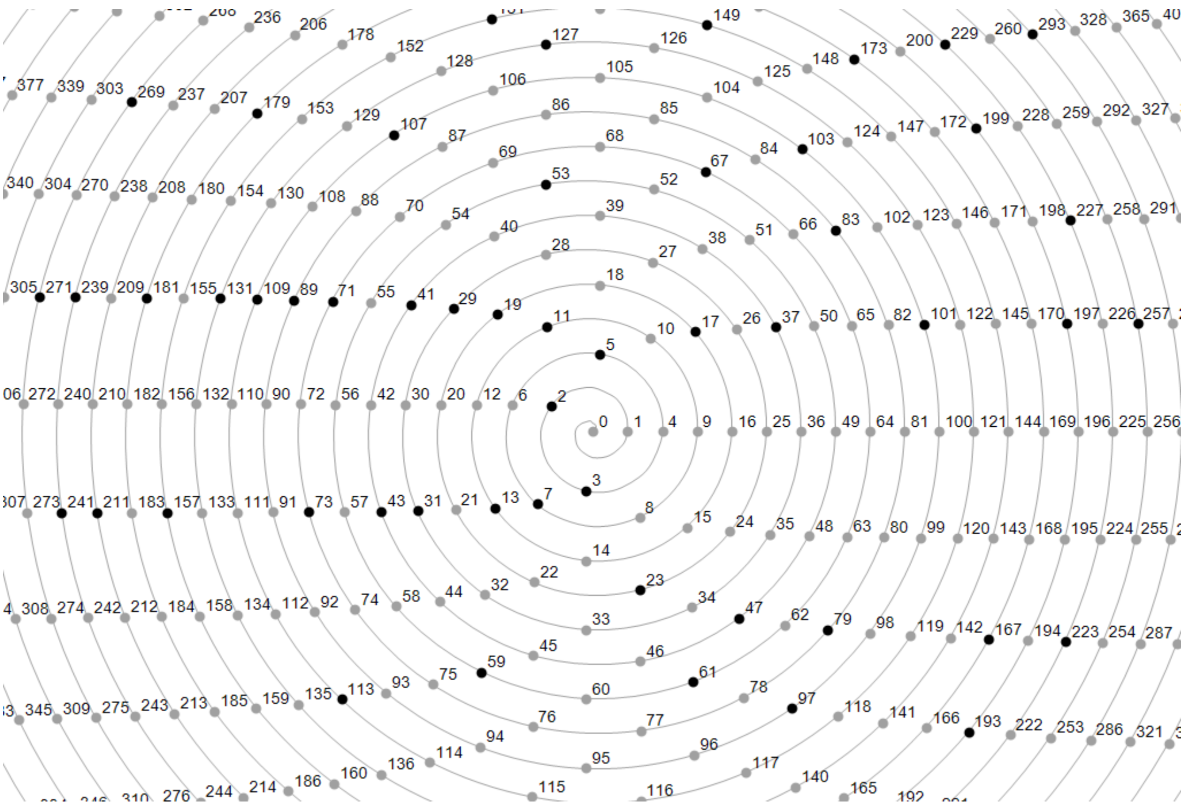


Dimensión: Distribución de los primos

Pregunta 9: Traza las curvas: s, s-1 y s-2 ; y ubica la distribución de los números primos , con un circulo.

Pregunta 10: Traza la curva p+1, e identifica el polinomio cuadrático: p+1 $= n^2 + n + 2$

Pregunta 11: Para el polinomio: $n^2 + n + 17$. (Conjetura y polinomios de Bouniakowsky), tabula para valores de : n = 0,1,2,3,4,5,6,7,8 y 9. Y verifica que los números obtenidos son primos.



Instrumentos de investigación: COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD
INSTRUCCIONES: **Después de observar una sesión de aprendizaje acerca de la distribución de los números primos mediante la espiral de Ulam, con la**. Resuelve los siguientes ítems, acerca de los indicadores e las competencias matemáticas.
Logro destacado (4), Logro esperado (3), En proceso (2), En inicio (1)

Nº	COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD	ESCALA			
		1	2	3	4
Traduce cantidades a expresiones numéricas					
1	Transforma las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica.				
2	Modela una expresión numérica como Sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades.				
3	Plantea problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada.				
4	Evalúa si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada cumplen las condiciones iniciales del problema.				
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones					
5	Expresa la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos,				
6	Usa lenguaje numérico y diversas representaciones.				
7	Lee representaciones e información con contenido numérico				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo					
8	Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos sobre **cálculo mental y escrito**				
9	Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos sobre la **estimación**,				
10	Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos sobre **aproximación y medición**,				
11	Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos sobre **comparar cantidades**				
12	Selecciona, adapta, combina o crea una variedad de estrategias, procedimientos **empleando diversos recursos**.				
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización					
13	Elabora afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales o enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades;				
14	Basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares				
15	Explica con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.				

Tabulación grupo de control

Primera variable: Espiral de Ulam

Segunda variable: Competencia matemática de situaciones de cantidad

N°	Curvas						Funciones cuadráticas				Distribución de los primos				
	P1	P2	P3	P4	P5		P6	P7	P8		P9	P10	P11		
1	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
2	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
3	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	1	0	2	10
4	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	1	1	3	11
5	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
6	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
7	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	1	1	9
8	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	0	0	8
9	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	1	1	3	11
10	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
11	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	0	1	9
12	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	1	2	10
13	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
14	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	1	1	9
15	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9

N°	Traduce cantidades a expresiones numéricas					Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones				Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo						Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones				
	P1	P2	P3	P4		P5	P6	P7		P8	P9	P10	P11	P12		P13	P14	P15		
1	1	2	3	1	6	1	2	3	6	1	4	2	2	3	9	2	2	1	5	26
2	2	3	2	1	7	2	3	4	9	2	4	1	1	4	8	3	3	2	8	32
3	2	3	2	2	7	2	2	3	7	2	3	2	2	3	9	4	2	2	8	31
4	4	4	3	2	11	2	2	1	5	2	2	3	1	2	8	3	1	3	7	31
5	4	1	4	3	9	1	1	2	4	1	3	2	2	1	8	3	2	2	7	28
6	2	2	4	2	8	2	2	2	6	2	2	1	3	2	8	2	1	1	4	26
7	3	1	3	1	7	2	2	3	7	1	1	2	2	1	6	1	2	2	5	25
8	2	2	2	2	6	3	1	2	6	2	2	2	1	2	7	1	3	2	6	25
9	1	1	1	4	3	1	1	2	4	3	1	1	2	2	7	1	2	2	5	19
10	4	1	2	1	7	2	1	2	5	2	1	2	2	3	7	2	1	1	4	23
11	3	2	1	1	6	2	2	3	7	1	1	3	1	2	6	1	2	2	5	24
12	3	1	2	1	6	1	3	2	6	2	2	2	2	1	8	2	1	3	6	26
13	2	1	2	2	5	2	2	3	7	3	1	1	3	2	8	3	1	2	6	26
14	1	2	3	2	6	1	2	1	4	2	2	2	2	1	8	2	2	1	5	23
15	1	2	3	1	6	2	2	1	5	1	1	1	1	1	4	1	2	1	4	19

Tabulación grupo experimental

Primera variable: Espiral de Ulam

Segunda variable: Competencia matemática de situaciones de cantidad

N°	Curvas						Funciones cuadráticas				Distribución de los primos				
	P1	P2	P3	P4	P5		P6	P7	P8		P9	P10	P11		
1	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	1	2	10
2	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
3	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	1	1	9
4	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	1	1	3	11
5	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	1	2	10
6	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
7	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	1	2	10
8	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	1	1	9
9	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	0	0	0	8
10	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	1	2	10
11	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	0	1	9
12	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	0	1	2	10
13	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	1	2	10
14	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	1	1	1	3	11
15	1	1	1	1	1	5	1	1	1	3	0	1	1	2	10

N°	Traduce cantidades a expresiones numéricas					Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones				Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo						Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones				
	P1	P2	P3	P4		P5	P6	P7		P8	P9	P10	P11	P12		P13	P14	P15		
1	1	2	3	4	6	1	1	3	5	4	2	2	2	1	10	2	1	4	7	28
2	4	3	4	4	11	2	2	2	6	4	3	3	2	1	12	3	2	1	6	35
3	3	2	3	3	8	4	3	3	10	4	2	3	2	1	11	2	2	4	8	37
4	2	3	3	2	8	4	2	2	8	3	3	4	2	2	12	3	2	3	8	36
5	3	4	2	2	9	3	3	1	7	3	4	3	3	1	13	4	3	2	9	38
6	3	3	2	3	8	2	4	1	7	2	4	3	2	2	11	3	4	3	10	36
7	2	3	3	4	8	3	3	2	8	3	4	2	3	3	12	3	3	4	10	38
8	1	3	2	4	6	2	3	3	8	2	3	2	4	2	11	2	3	4	9	34
9	2	4	1	3	7	2	2	2	6	3	2	3	4	3	12	3	2	3	8	33
10	2	3	1	2	6	3	3	3	9	3	1	4	4	4	12	3	3	3	9	36
11	2	3	2	3	7	3	4	4	11	4	1	4	3	4	12	4	4	2	10	40
12	3	3	3	4	9	4	4	4	12	4	2	4	3	3	13	3	3	3	9	43
13	3	2	3	4	8	4	3	4	11	4	3	3	3	2	13	2	2	3	7	39
14	4	3	2	4	9	4	2	4	10	3	2	2	2	3	9	3	1	4	8	36
15	4	2	2	3	8	4	3	3	10	4	1	1	2	3	8	3	2	4	9	35

MATRIZ DE CONSISTENCIA								
TITULO	**PROBLEMAS**	**OBJETIVOS**	**HIPÓTESIS**	**VARIABLES**	**TIPO/NIVEL INVESTIGACION**	**METODOS**	**POBLACION Y MUESTRA**	**DISEÑO**
DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE SITUACIONES DE CANTIDAD, MEDIANTE LA ESPIRAL DE ULAM; EN LA I.E. MERCEDES INDACOCHEA LOZANO. HUACHO.2018.	Problema General ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018? Problemas Específicos a. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios	General Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. Específicos a. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. b. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad,	Hipótesis General Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelven situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. Hipótesis especificas a. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Traduce cantidades a expresiones numéricas, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E.	Variable 1. Espiral de Ulam Variable 2: Competencia matemática situaciones de cantidad	Tipo : Experimental	El método hipotético deductivo.- El método analítico y sintético.- Los métodos inductivo y deductivo Método explicativo y descriptivo Método prescriptivo: Método inferencial Método estadístico:	Población: Estudiantes de la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. Muestra: 15	$G_{control}$ - Post Prueba $G_{experimental}$ X Post Prueba

	tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018? b. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018? c. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de	cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. c. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. d. Determinar los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje;	Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. b. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018. c. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam: referidos a la distribución de los números primos de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea					

	estimación y cálculo, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018? d. ¿Cuáles son los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018?	en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.	Lozano – Huacho. 2018. d. Los niveles de aprendizaje de la competencia matemática resuelve situaciones de cantidad, son estadísticamente significativa superiores cuando se aplica la espiral de Ulam, a la distribución de los números primos de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, en relación a la aplicación de los medios tradicionales de aprendizaje; en la I.E. Mercedes Indacochea Lozano – Huacho. 2018.					